

🌀 Brevet Nantes juin 1977 🌀

Algèbre

On considère les applications polynômes f et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par :

$$\begin{aligned}f(x) &= 6x^2 + 5x - 4 \\g(x) &= (4x + 1)^2 - (3 - x)^2\end{aligned}$$

1. Montrer que f est égale à l'application polynôme h définie par :

$$h(x) = (3x + 4)(2x - 1).$$

2. Mettre l'application polynôme g sous la forme d'un produit de deux applications polynômes du premier degré.

3. a. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $g(x) = 0$.

- b. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = g(x)$.

4. Soit k la fonction rationnelle de \mathbb{R} dans \mathbb{R} qui, à x , associe : $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

- a. Déterminer l'ensemble de définition E de k .

- b. Démontrer que, pour tout x de E , $k(x)$ est égal à : $\frac{2x-1}{5x-2}$.

5. Dans le plan muni du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) construire les droites D et D' dont les équations sont respectivement :

$$2x - y - 1 = 0 \quad \text{pour } D \quad \text{et} \quad 5x - y - 2 = 0 \quad \text{pour } D'.$$

Déterminer graphiquement les coordonnées $(x_0; y_0)$ du point d'intersection de (D) et (D') .

Quel est $k(x_0)$?

Géométrie

Dans le plan euclidien, on trace le cercle (Γ) et deux droites diamétrales (Δ_1) et (Δ_2) qui sont perpendiculaires.

On notera :

O le centre de (Γ)
A et B les points communs à (Γ) et (Δ_1)
C et D les points communs à (Γ) et (Δ_2)
E et F les points communs à (Γ) et à la médiatrice de $[AO]$.
H le milieu de $[AO]$
le rayon de (Γ) est égal à 6.

1. Démontrer que le triangle (A, E, O) est équilatéral.

2. a. Quelle est la nature du triangle (E, A, B) ?

- b. Quelle est la nature du quadruplet (E, A, F, O) ?

3. a. Calculer $d(H, B)$, $d(E, B)$ et $d(E, F)$.

- b. Quelle est la nature du triangle (B, E, F) ?

4. Calculer le cosinus et le sinus de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{EOH} ; en déduire le cosinus et le sinus de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{EOB} .
5.
 - a. Soit G le symétrique de F par rapport à (Δ_2) .
Démontrer que les triangles (A, O, F) et (B, O, G) sont isométriques.
 - b. Quelle est la nature du triangle (E, F, G)? en conclure que E, O et G sont alignés.
 - c. Quelle isométrie transforme le triangle (E, A, O) en le triangle (G, B, O)?