Brevet Nantes juin 1987

Première partie

Exercice 1

Chaque résultat est à donner sous sa forme irréductible.
Calculer :

$$a = -\frac{3}{5} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{-1}{4}\right); \quad b = \frac{-3}{8} \times \frac{5}{2}; \quad c = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{-15}{16}} - \frac{3}{5}.$$

Exercice 2

On peut traiter les questions indépendamment les unes des autres.

Soit l'expression

$$f(x) = (x+7)^2 - (3x-5)^2.$$

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Calculer $f(-7)$ puis $f\left(\sqrt{2}\right)$.

Exercice 3

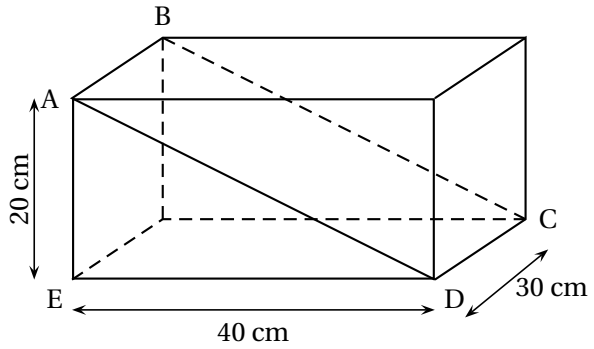
Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

1. $\frac{2}{3}x = -7$.
2. $3x = \frac{x}{3} - 8$.
3. $x^2 + 12 = 0$.

Deuxième partie

Exercice 1

Une boîte parallélépipédique s'ouvre en séparant deux parties coupées suivant la ligne polygonale ABCD.



Quelle longueur de ruban adhésif faut-il pour la fermer totalement le long du tracé ABCD ? En donner la valeur exacte sous la forme $a\sqrt{b}+c$, b étant le plus petit nombre entier naturel possible, puis arrondir au mm.
Indications :

— L'arrondi au millième de $\sqrt{5}$ est $2,236$.
— On peut admettre que : (AE) est perpendiculaire à (ED),
AB = DC,
AD = BC.

Exercice 2

L'unité est le cm.

1. Tracer un triangle isocèle ABC tel que : AB = AC = 6 et BC = 8.
2. Soit F un point du segment [AB] tel que : AF = $2,5$.
   La droite parallèle à (BC) passant par F coupe (AC) en E.
   Calculer AE. En déduire la nature du triangle AEF.
3. Construire le point D tel que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
   Démontrer que le quadrilatère ABCD est un losange.
4. Placer le point J tel que :

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}.$$

Troisième partie

Une personne veut adhérer à une bibliothèque de prêt. Elle a le choix entre deux possibilités :
Première possibilité : payer 3 F par livre emprunté.
Deuxième possibilité : acheter une carte d'abonnement au prix de 9 F, valable un mois, puis payer 1 F par livre emprunté.

1. Combien devrait-elle payer mensuellement, dans chaque cas, si elle empruntait :
   a. 2 livres par mois ?
   b. 5 livres par mois ?
2. x étant le nombre de livres empruntés par mois, on note : $f(x)$ le prix mensuel demandé avec la première possibilité, et $g(x)$ le prix mensuel demandé avec la deuxième possibilité.
   Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.
3. Représenter dans un même repère les applications f et g, en choisissant :
   — sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 1 livre,
   — sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 2 F.
4. Utiliser le graphique pour répondre à la question que se pose le futur adhérent :
   « À partir de combien de livres empruntés par mois, la deuxième possibilité est-elle plus avantageuse que la première ? ».
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $g(x) \leqslant f(x)$, et retrouver le résultat précédent.