∽ Brevet Nantes juin 1988 ∾

Première partie

Exercice 1

On considère l'expression :

$$A(x) = (x+3)(3-2x) - (x+3)^2 + 2(x+3)(x-1).$$

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$.
2. Montrer que

$$A(x) = (x+3)(-x-2).$$

3. Résoudre

$$A(x) = 0.$$

Exercice 2

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On considère les droites D_1 et D_2 d'équations respectives

$$y = x+3 \qquad \text{et} \qquad y = -x+1.$$

1. Tracer les droites D_1 et D_2.
2. On appelle I le point d'intersection de D_1 et D_2.
   Lire sur le graphique les coordonnées de I.
3. Retrouver, par le calcul, les coordonnées de I.

Exercice 3

Calculer et donner les résultats sous forme irréductible.

$$B = \frac{2}{7} \times \frac{3}{7}, \qquad C = \frac{\frac{4}{3} - \frac{3}{2}}{1 - \frac{1}{3}}.$$

Deuxième partie

Exercice 1

Placer les points

$$\text{A}(2\,;\,1{,}5), \qquad \text{B}(5\,;\,3), \qquad \text{C}(-1\,;\,7{,}5), \qquad \text{D}(3\,;\,13)$$

dans un repère orthonormé.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

2. Montrer par le calcul que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.

3. Calculer les coordonnées du milieu I de [AC].

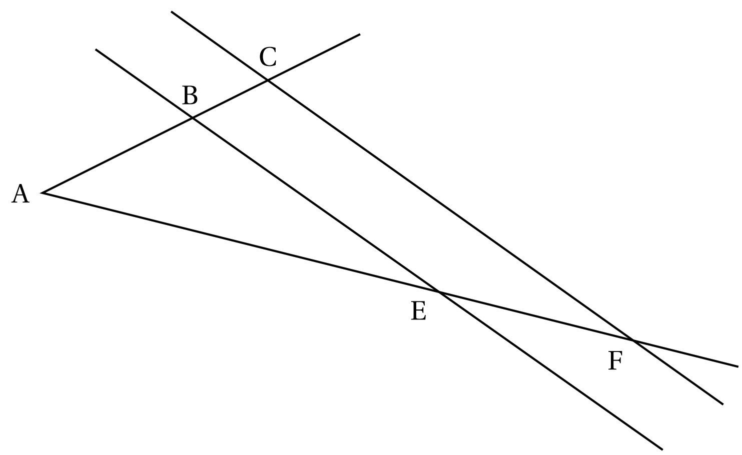
4. Construire le point K tel que

$$\overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$$

en laissant les traits de construction apparents.

Exercice 2

Les données sont en cm.
On donne : AB = 4, AC = 6, AE = 10.

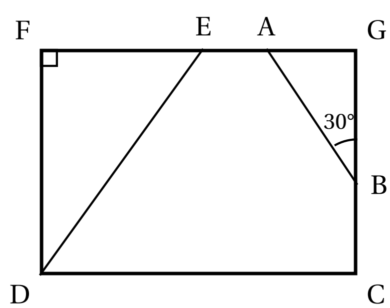


Les droites (BE) et (CF) sont parallèles.
Calculer AF en justifiant le calcul.

Troisième partie

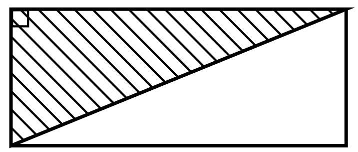
Toutes les dimensions sont données en centimètres.

On considère le rectangle FGCD avec FG = $4\sqrt{3}$ et GC = 5.
Sur le côté [GC], on a placé le point B tel que GB = 3.
Sur le côté [FG], on a placé le point E tel que EF = EG et le point A tel que $\widehat{GBA} = 30°$.

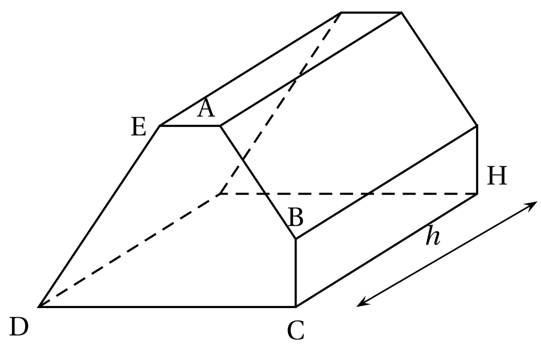


On rappelle que $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$, $\cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

1. a. Exprimer $\cos 30°$ à l'aide des longueurs AB et GB.
   En déduire que $\text{AB} = 2\sqrt{3}$.
   b. Exprimer $\sin 30°$ à l'aide des longueurs AB et AG.
   En déduire que $\text{AG} = \sqrt{3}$.
   c. Calculer la longueur ED (justifier le calcul).
2. On veut maintenant calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la surface ABCDE. (On rappelle que l'aire du triangle hachuré est la moitié de l'aire du rectangle.)



   Calculer l'aire du rectangle FGCD et les aires des triangles rectangles EDF et AGB.
   En déduire l'aire $\mathscr{A}$ cherchée. (On donnera le résultat sous la forme $\dfrac{a}{c}\sqrt{b}$ (a, b, c, entiers).
3. On considère maintenant un prisme droit dont la base est la figure ABCDE dont vous venez de calculer l'aire.



   Rappel. - Le volume d'un prisme droit se calcule en multipliant l'aire de la base par la hauteur du prisme.
   Sachant qu'ici la hauteur est

$$\text{CH} = h = 6\sqrt{3},$$

   calculer le volume V du prisme droit dessiné ci-avant.
4. On considère ici le triangle DEH. On donne : $\text{EH} = \sqrt{145}$.
   Le triangle DEH est-il rectangle ?