

∞ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∞

Nantes septembre 1969

Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

Trois nombres, x , y et z , sont proportionnels respectivement à 5, 7 et 11.

1. Quels sont ces nombres s'ils vérifient $x - 2y + 3z = 48$?
2. Quels sont ces nombres s'ils vérifient $x - my + z = 72$, m étant un nombre donné?
Quelle est la valeur que ne peut pas prendre m ?
3. Dans les résultats de la question précédente, on désire que x , y et z soient trois entiers positifs.
Quelle condition le nombre $16 - 7m$ doit-il remplir?
Combien existe-t-il de valeurs pour m vérifiant cette condition?
4. On désire de plus que $|m|$ soit un entier.
Trouver m (il y a plusieurs valeurs possibles) et calculer les valeurs correspondantes pour x , y et z .

GÉOMÉTRIE

On donne un triangle équilatéral ABC; la mesure commune à ses côtés est désignée par a .

[Bx) et [Cy) sont deux demi-droites définies de la façon suivante : B et C sont respectivement leurs origines; leurs supports sont parallèles respectivement à (CA) et à (BA); elle sont situées l'une et l'autre du même côté de la droite (BC) que le point A.

Les supports de ces demi-droites se coupent en E. Une droite (D) passe par A, coupe [Bx) en M et [Cy) en P.

1. Comparer $\frac{MB}{BE}$ et $\frac{MA}{AP}$.
Comparer $\frac{PC}{CE}$ et $\frac{PA}{AM}$.
2. Démontrer la relation $BM \cdot CP = a^2$ à partir des résultats de la question précédente.
3. On trace les droites (MC) et (PB) : elles se coupent en I.
Démontrer que les triangles BCM et CPB sont semblables.
4. Dédire de la question précédente que le triangle ICB est semblable à la fois à BCM et à CPB.
Quelle est la mesure de l'angle \widehat{BIC} ?
5. Démontrer la relation $CM \cdot CI = a^2$. Démontrer que le centre du cercle circonscrit au triangle BIM appartient à une droite fixe quand (D) pivote autour de A.