∽ Brevet des collèges Nantes septembre 1970 ∾

ALGÈBRE

On envisage l'expression suivante :

$$E(x) = 16y^2 - 9\left(4x^2 + 4x + 1\right).$$

1. Mettre $E(x)$ sous la forme d'un produit de deux binômes du premier degré en x et y.

2. Étudier les variations de la fonction qui, à x, associe $y = -\dfrac{3}{2}x - \dfrac{3}{4}$.
Tracer la représentation graphique (D_1) de ces variations dans un repère orthonormé $\left(x'\text{O}x, y'\text{O}y\right)$.
Donner les coordonnées du point d'intersection I, de (D_1) et de l'axe $x'\text{O}x$.

3. Résoudre l'inéquation

$$-\frac{3}{2}x - \frac{3}{4} > 0.$$

Pour quelles valeurs réelles de x l'expression

$$z = \left|-\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}\right|$$

est-elle égale à $\dfrac{3}{2}x + \dfrac{3}{4}$?

4. Dans le repère utilisé à la question 2., construire la droite (D_2) ayant pour équation

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$$

et démontrer que les droites (D_1) et (D_2) sont symétriques par rapport à l'axe $x'\text{O}x$.

5. Tracer la représentation graphique des variations de

$$z = \left|-\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}\right|.$$

GÉOMÉTRIE

Une droite (F) partage le plan en deux régions (I) et (II).
On considère sur cette droite les trois points A, O et B marqués dans cet ordre.
L'unité de longueur étant le millimètre, on donne les longueurs suivantes :

$$\text{AO} = 48 \quad \text{et} \quad \text{OB} = 143.$$

On trace quatre demi-cercles :

— le premier a son centre en O ; son rayon est égal à 132 ; il est tracé dans (I) ;

— le second a son centre en B ; son rayon est égal à 55 ; il est tracé dans (I) ;

— le troisième a son centre en O ; son rayon est égal à 52 ; il est tracé dans (II) ;

— le quatrième a son centre en A ; son rayon est égal à 20 ; il est tracé dans (II).

Les deux premiers se coupent en C et les deux derniers se coupent en D.

1. Démontrer que les triangles AOD et COB sont semblables.
2. En déduire que D, O et C sont alignés.
3. Démontrer que le triangle OAD est rectangle.
4. Démontrer que le quadrilatère DACB est inscriptible dans un cercle (U) ; préciser la position du centre I, de ce cercle (U).
5. Les droites (DA) et (BC) se coupent en S.
   Comparer SA · SD et SC · SB.