Brevet des collèges Nantes septembre 1973

ALGÈBRE

Exercice I

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$, on appelle O$x$ l'axe dirigé par $\vec{\imath}$ et Oy l'axe dirigé par $\vec{\jmath}$.

1. Construire les droites (D_1) et (D_2) ayant pour équations :

$$\left\{\begin{array}{lcl}2x-y-4&=&0,\qquad\qquad \text{pour } (D_1)\\ x+2y-7&=&\text{pour } (D_2)\,.\end{array}\right.$$

2. Calculer les coordonnées du point, A, commun à ces deux droites.
3. Comparer les directions de ces deux droites.
4. Indiquer les points du plan dont les coordonnées vérifient à la fois les trois conditions :

$$\left\{\begin{array}{lcl}-2x+y+4&>&0,\\ x+2y-7&<&0,\\ x&>&0.\end{array}\right.$$

Exercice II

Soit les deux polynômes définis par

$$\begin{array}{lcl}u(x)&=&2x^2-\left(x\sqrt{2}+3\right)\left(\sqrt{2}-3\right)+4x-(3x+11)\text{ et}\\ v(x)&=&(x-4)^2-(x+4)^2-(-15x-7).\end{array}$$

1. Simplifier les écritures de $u(x)$ et de $v(x)$.
2. Indiquer l'ensemble de définition de

$$r(x)=\dfrac{u(x)-5}{v(x)}\quad\text{et de } s(x)=\dfrac{u(x)+9}{v(x)}.$$

   Simplifier les écritures de ces rapports.
3. Calculer $s\left(\sqrt{8}\right)$.
   Encadrer le résultat par deux nombres décimaux, écrits l'un et l'autre avec deux décimales, en utilisant les égalités suivantes :

$$141^2=19881\quad\text{et}\quad 142^2=20164.$$

GÉOMÉTRIE

Soit (A, B, C) un triangle où sont réalisées les trois conditions suivantes :

- les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires,
- AC = a,
- BC = $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$

où a est un réel positif donné.

Soit M le point du segment [AB] défini par AM = x ; la parallèle à (BC) issue de M coupe (AC) en N.

M se projette orthogonalement en Q sur (BC) et N se projette orthogonalement en P sur (BC).

1. Calculer AB.

   Entre quelles valeurs peut-il varier ?
2. Quelle est la nature du quadrilatère (M, N, P, Q) ?
3. Déterminer les écarts angulaires des angles géométriques $\widehat{\text{ABC}}$ et $\widehat{\text{ACB}}$ et des angles géométriques $\widehat{\text{ANM}}$ et $\widehat{\text{BMQ}}$.
4. Calculer AN , MN, MB et QM en fonction de x.
5. Déterminer la position de M sur le segment [AB] de façon que le périmètre du triangle (A, M, N) égale le périmètre du quadrilatère (M, N, P, Q).