

🎭 Brevet Nantes septembre 1977 🎭

Algèbre

Soit f et g deux fonctions polynômes définies dans \mathbb{R} par :

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x+5)(3x-4) - (9x^2 - 16) + (3x-4)^2 \\g(x) &= (7x-5)^2 - (5x-2)^2\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .
2. Ecrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
3. Résoudre $f(x) = 0$.
4. Calculer $g\left(\frac{7}{12}\right)$; $g(0)$ et $g(\sqrt{2})$.
5. Soit la fonction rationnelle h qui, à x , associe $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.
Déterminer son ensemble de définition E .
Pour x élément de E , simplifier l'écriture de $h(x)$.
6. Calculer $h\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; donner le résultat sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est entier.

Géométrie

Le plan euclidien est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) ; les points A et B sont définis par :

$$\vec{OA} = -2\vec{i} + 4\vec{j} \quad \text{et} \quad \vec{OB} = 4\vec{i} + 2\vec{j}.$$

1. Dessiner une figure où sont représentés ces divers éléments; cette figure sera complétée au fur et à mesure de l'avancement du problème.
2. Démontrer que \vec{AO} et \vec{BO} sont orthogonaux et que leurs normes sont égales.
3. Soit D le symétrique de B par rapport à O.
Démontrer que (AO) est la médiatrice de [BD] et que le triangle (B, A, D) est rectangle et isocèle.
4. Soit C le symétrique de A par rapport à O : quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D)?
5. Soit E le symétrique de A par rapport à B : quelle est la nature du quadruplet (B, E, C, D)?
Quelle est la nature du triangle (A, C, E)?
Quelle est la médiatrice de [AE]?
Quelles sont les coordonnées de E?