

🌀 Brevet Nantes septembre 1979 🌀

ALGÈBRE

1. Résoudre, dans \mathbb{R} , les équations suivantes :

$$\begin{aligned}3x - x^2 &= 0; \\ x^3 + 3x^2 &= 0; \\ 18 - 2x^2 &= 0.\end{aligned}$$

2. f , g et h sont les fonctions rationnelles, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par

$$f(x) = \frac{7x}{3x - x^2}; \quad g(x) = \frac{4x^2}{x^3 + 3x^2}; \quad h(x) = \frac{48}{18 - 2x^2}.$$

- Déterminer les ensembles de définition \mathcal{D}_f , \mathcal{D}_g , et \mathcal{D}_h , de chacune de ces fonctions.
- Sur ces ensembles de définition respectifs, simplifier $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$; les écritures simplifiées seront notées $f'(x)$, $g'(x)$ et $h'(x)$.
- Soit S la fonction rationnelle, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définie par

$$S(x) = f'(x) + g'(x) - h'(x).$$

Quel est l'ensemble de définition de S ?

Vérifier que, sur cet ensemble de définition, $S(x)$ s'écrit sous la forme

$$S(x) = \frac{3}{3 - x}.$$

3. Résoudre l'équation $\frac{1}{S(x)} = 3$.

GÉOMÉTRIE

Soit (A, B, C) un triangle rectangle en A qui vérifie $d(A, B) = a$ et $d(A, C) = 2a$, a étant un réel strictement positif.

On appelle O le milieu de (B, C) et H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC) .

Faire la figure en prenant $a = 3$, l'unité choisie étant le centimètre, mais dans les calculs on n'utilisera pas cette valeur numérique.

1. Calculer en fonction de a : $d(B, C)$; $d(B, H)$; $d(O, H)$ et $d(A, H)$.

Calculer la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ACB} et la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{BAH} .

2. Soit (Δ) la médiatrice de (B, C) .

On note S la symétrie orthogonale d'axe (Δ) . Soit A' l'image de A par S .

Déterminer les images respectives des droites (AB) et (AC) par S .

En déduire la nature du triangle (A', B, C) puis la distance de A' à C en fonction de a .

3. Démontrer que les points B, A, A' et C appartiennent à un même cercle \mathcal{C} dont on précisera le centre et le rayon.
4. On appelle I le point d'intersection de (Δ) et de la droite (AA') .
Démontrer que (A, H, O, I) est un rectangle.
5. Calculer en fonction de a le périmètre du quadrilatère défini par (A, B, C, A').
6. E est l'image de B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{A'C}$.
Démontrer que E appartient au cercle \mathcal{C} .
Démontrer que la droite (BC) est la médiatrice de [AE].