

🌀 Brevet Nantes septembre 1980 🌀

ALGÈBRE

On considère les fonctions polynômes P et Q définies par

$$\begin{aligned}P(x) &= (2x-7)^2 - (5x-4)^2 \\Q(x) &= (x-3)^2 + (4x-12).\end{aligned}$$

1. Réduire et ordonner $P(x)$ et $Q(x)$.
2. Factoriser $P(x)$ et $Q(x)$.
3. Calculer $P\left(\frac{11}{7}\right)$ et $Q(3)$.
4. On considère la fonction rationnelle f définie par

$$f(x) = \frac{P(x)}{(x-3)(x+1)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de la fonction f .
- b. Pour tout x élément de \mathcal{D}_f , exprimer $f(x)$ le plus simplement possible.
- c. Calculer $f(\sqrt{2})$. Rendre rationnel le dénominateur.
- d. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation :

$$f(x) = -11.$$

GÉOMÉTRIE

On considère dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) les points A, B et C définis par

$$\vec{OA} = 5\vec{i} + 3\vec{j}; \quad \vec{OB} = \vec{i} + 7\vec{j}; \quad \vec{OC} = -\vec{i} + 5\vec{j}.$$

1. Calculer les normes des vecteurs \vec{AB} , \vec{BC} et \vec{AC} .
Quelle est la nature du triangle (A, B, C)?
2. Soit I le milieu du bipoint (A, C). Calculer les coordonnées du point I.
3. Déterminer les coordonnées du point D tel que I soit le milieu de [BD].
4. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D)?
5. Démontrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont on préciera le centre et le rayon.
6. Soit E le symétrique de B dans la symétrie centrale de centre A.
 - a. Démontrer que la droite (AD) est médiatrice de [BE].
 - b. Démontrer que les triangles (D, A, B) et (D, A, E) sont isométriques.
7. Calculer la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ACB} .
Déterminer, à un degré près par défaut, l'écart angulaire \widehat{ACB} .