

## ∞ Brevet Nice juin 1978 ∞

### Algèbre

1. Soit  $f$  et  $g$  les applications de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définies par

$$\begin{aligned} f: x &\mapsto f(x) = 3x - 1, \\ g: x &\mapsto g(x) = x + 4. \end{aligned}$$

- Déterminer  $(g \circ f)(x)$ .
- Construire les droites  $(D)$  et  $(D')$ , représentation graphique des fonctions  $f$  et  $g$ .
- Calculer les coordonnées du point d'intersection de  $(D)$  et  $(D')$ .

2. Soit  $A$  la fonction polynôme de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par

$$A: x \mapsto A(x) = (3x - 1)^2 - 9x^2 + 1 - (x - 5)(3x - 1).$$

- Réduire et ordonner  $A(x)$ .
- Factoriser  $A(x)$ .

3. Soit  $F$  la fonction rationnelle définie par

$$F: x \mapsto F(x) = \frac{A(x)}{(x + 4)(3 - x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition  $E$  de  $F$  et simplifier l'écriture de  $F(x)$  pour tout  $x$  de l'ensemble  $E$ .

4. Soit  $G$  la fonction rationnelle définie par

$$G: x \mapsto G(x) = \frac{3x - 1}{x + 4}.$$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $G(x) = 1$ .
- À l'aide du 1. retrouver graphiquement le résultat.

### Géométrie

#### Exercice 1

Dans l'ensemble des vecteurs du plan, on considère une base  $(\vec{i}, \vec{j})$  et les vecteurs

$$\vec{u} = \frac{15}{2}\vec{i} + \frac{15}{2}\vec{j}, \quad \vec{v} = \frac{5}{3}\vec{i} + \frac{35}{3}\vec{j}, \quad \vec{w} = x\vec{i} + y\vec{j}.$$

Calculer les réels  $x$  et  $y$  pour que  $\vec{w} = \frac{2}{3}\vec{u} - \frac{3}{5}\vec{v}$ .

#### Exercice 2

Dans un plan euclidien muni d'un repère du plan, orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  on donne les points  $A, B$  et  $C$  dont les coordonnées sont

$$A(-3; 5), \quad B(-5; 1) \quad \text{et} \quad C(5; 1).$$

1. Calculer les coordonnées (ou composantes) des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .  
Calculer les distances  $d(A, B)$ ,  $d(A, C)$  et  $d(B, C)$ .  
En déduire la nature du triangle (A, B, C).
2. Déterminer les coordonnées du milieu, M, du bipoint (A, C).
3. On désigne par D l'image de B dans la translation de vecteur  $\vec{t}$  dont les coordonnées dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$  sont  $(4; -2)$ .  
Calculer les coordonnées de D et de son symétrique E par rapport à M.
4. Montrer que le quadruplet (A, E, C, D) est un carré.
5. On désigne par  $(\mathcal{C})$  le cercle circonscrit à ce carré, préciser la position de la droite (AB) par rapport à  $(\mathcal{C})$ .
6. Déterminer le sinus, le cosinus et la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique  $\widehat{ACB}$ .