

∞ Brevet des collèges Nice juin 1970 ∞

ALGÈBRE

On donne les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}A &= a^2 + b^2 + 2ab - 1, \\B &= 2ab - a^2 - b^2 + 1 \text{ et} \\C &= 4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - 1)\end{aligned}$$

1. Mettre chacune de ces trois expressions sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
2. On pose $a = 2x$ et $b = y$; vérifier que l'on a
 $C = (2x + y + 1)(2x + y - 1) \times (y - 2x + 1)(-y + 2x + 1)$.
Exprimer, en fonction de x , les valeurs de y telles que $C = 0$.
3. Dans les conditions de la question précédente, construire, dans un repère orthonormé, le centimètre étant pris pour unité, les quatre droites, représentations graphiques des expressions de y fonction de x telles que $C = 0$.
4. Ces quatre droites se coupent en E, F, G et H.
Quelle est la nature du quadrilatère EFGH?
Calculer son aire en centimètres carrés.

GÉOMÉTRIE

On donne un triangle ABC, rectangle en A, tel que $BA = 80$ mm, et le cercle (C_1) de rayon 50 mm, circonscrit à ce triangle.

On mène par C la tangente à ce cercle (C_1) qui coupe (BA) en D.

1. Calculer AC, AD et CD.
2. Soit T le symétrique de A par rapport à CD.
Démontrer que le quadrilatère CADT est inscrit dans un cercle dont on précisera le centre et dont on calculera le rayon.
On appellera (C_2) ce cercle.
3. Soit I l'intersection de (AT) et de (CD).
Démontrer que les triangles AIC et DTC sont semblables.
Calculer IC et IT.
4. DT coupe le prolongement de [BC] en E.
Quelle est la puissance du point E par rapport au cercle (C_2) ?