Brevet des collèges Nice juin 1968

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Exercice I

1. Factoriser le polynôme $x^2 - 3x$.
2. Factoriser le polynôme $x^2 - 5x + 6$, en remarquant qu'il est égal à $x^2 - 3x - 2x + 6$.
3. Factoriser le polynôme $x^3 - 4x^2 + x + 6$ en remarquant qu'il est égal à $x^3 - 5x^2 + 6x + x^2 - 5x + 6$.
4. Résoudre l'équation

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0.$$

Exercice II

1. Écrire le plus simplement possible la fraction rationnelle suivante, $A(x)$, en précisant le domaine de validité du calcul :

$$A(x) = \frac{1}{2 + \frac{2x}{\frac{1}{2} - x}}.$$

2. Résoudre l'équation en x suivante :

$$A(x) = \frac{1}{A(x)}.$$

GÉOMÉTRIE

On donne un triangle ABC quelconque et le cercle (Γ) circonscrit à ce triangle.
Une demi-droite d'origine A intérieure à l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ rencontre le cercle (Γ) en D.
La symétrique de cette demi-droite par rapport à la bissectrice de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ rencontre le segment [BC] en E.

1. Comparer les angles $\widehat{\text{BAD}}$ et $\widehat{\text{CAE}}$.
2. Comparer les triangles BAD et CAE.
3. Montrer que l'on a

$$\text{AB} \cdot \text{AC} = \text{AD} \cdot \text{AE}.$$

4. La bissectrice de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ rencontre le cercle (Γ) en K et le côté [BC] en I.
Montrer que l'on a .

$$\text{AB} \cdot \text{AC} = \text{AI} \cdot \text{AK}.$$

5. On désigne par H la projection orthogonale de A sur (BC) et par A$'$ le point diamétralement opposé à A sur le cercle (Γ).
En utilisant les questions 2. et 3., montrer que l'on a

$$\text{AB} \cdot \text{AC} = \text{AH} \times 2R$$

où R est la mesure du rayon du cercle (Γ).