∽ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∾
Nice juin 1969

ALGÈBRE

Sur un axe, d'origine O, une unité de longueur étant choisie, on considère le point A d'abscisse 4, le point M d'abscisse x et le point N d'abscisse y.

1. Exprimer en fonction de x et de y le rapport $\dfrac{\overline{AM}}{\overline{AN}}$, ainsi que l'abscisse du milieu, I, de [MN].

2. Déterminer x et y de telle manière que, simultanément $\dfrac{\overline{AM}}{\overline{AN}} = -\dfrac{1}{2}$ et l'abscisse du point I soit égale à 5.
Pour cela, on montrera qu'on est conduit au système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+y &=& 10, \\ 2x+y &=& 12. \end{array}\right.$$

Résoudre ce système.

3. M étant le point d'abscisse + 2 et N le point d'abscisse + 8, déterminer par son abscisse le point B de l'axe tel que $\dfrac{\overline{BM}}{\overline{BN}} = \dfrac{1}{2}$.
Vérifier ensuite les relations

$$4\text{OI}^2 = \text{AB}^2 + \text{MN}^2 \qquad \text{et} \qquad \text{IM}^2 = \text{IN}^2 = \overline{\text{IA}} \cdot \overline{\text{IB}}$$

.

GÉOMÉTRIE

Dessiner un triangle ABC rectangle en A et tel que BC = 2AC.
Soit M le milieu de [BC].

1. Montrer que le cercle de centre A et de rayon AM passe par C.
On pose, pour la suite, AM = R.

2. Ce cercle recoupe la droite (AC) en E et EM coupe (AB) en D.
Comparer les triangles ABC et AED.
En déduire la relation AB · AD = R^2.

3. On considère le cercle circonscrit au triangle BDM ; préciser son centre.
Montrer que la puissance du point A par rapport à ce cercle est égale à R^2.
Quelle conséquence peut-on en déduire pour la position de la droite (AM) par rapport au cercle circonscrit au triangle BDM ?