Brevet des collèges Nice juin 1972
Enseignement long et enseignement court

Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

1. On donne

$$\begin{array}{rcl} P_1(x) & = & 2x^2-6x+4(x-3) \text{ et} \\ P_2(x) & = & 2x(x-3)+x^2-9. \end{array}$$

a. Factoriser $P_1(x)$ et $P_2(x)$.

b. Calculer $S(x)=P_1(x)+P_2(x)$, d'abord sous forme d'un polynôme ordonné suivant les puissances décroissantes de x, ensuite en se servant des factorisations de $P_1(x)$ et de $P_2(x)$.

2. a. Trouver les valeurs de x qui annulent

$$S(x)=P_1(X)+P_2(x).$$

b. Calculer $S(x)=P_1(X)+P_2(x)$ pour $x=2\sqrt{2}$.

c. Soit la fonction f qui à x associe $f(x)=\dfrac{2(x+2)}{3(x+1)}$.

Quel est le domaine de définition de f ?

A-t-on toujours, quel que soit x, $f(x)=\dfrac{P_1(x)}{P_2(x)}$?

Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x)=-1$?

Comparer le résultat trouvé à celui obtenu au paragraphe a. de la question 2.

GÉOMÉTRIE

Soit un demi-cercle de diamètre [AB], de centre O et de rayon R.
On prend sur le même demi-cercle les points C et D tels que la mesure de l'angle $\widehat{\text{BAD}}$ soit 45° et que la mesure de l'arc $\overset{\frown}{\text{CB}}$ soit 30°.
La droite (AC) coupe (BD) en H et (AD) coupe (BC) en M.

1. Que représente H pour le triangle (MAB) ?

En déduire que (MH) est perpendiculaire à (AB).

Montrer que les triangles (BOD) et (BAD) sont semblables et que le triangle (DMH) est semblable aux précédents.

2. Indiquer la mesure en degrés des angles du triangle (BMD) ; calculer, en fonction de R, la mesure de ses côtés.
3. Soit I le point d'intersection de (OD) et de la médiatrice de [MB].

   On prolonge [MI]au-delà de I d'une longueur IN = IM.

   Montrer que IA = IB = IM = IN et que le cercle de centre I et de rayon [IM] passe par A, par N et par B.

   En déduire que (NA) est parallèle à (BD) et que (NB) est parallèle à (AC).

   Montrer que (NAHB) est un parallélogramme et que les trois points N, 0 et H sont alignés.