Brevet des collèges Nice juin 1974

Exercice I

Soit les fonctions affines f et g de **R** dans **R** telles que

$$\begin{array}{lcl} f : x & \longmapsto & f(x) = 2x - 3, \\ g : x & \longmapsto & g(x) = 5x - 6. \end{array}$$

1. Calculer

$$\begin{array}{lcl} s(x) & = & f(x) + g(x), \\ t(x) & = & f(x) \times g(x), \\ v(x) & = & (g \circ f)(x). \end{array}$$

2. On pose $u(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

Soit s, t, u et v les fonctions qui à x associent respectivement $s(x)$, $t(x)$, $u(x)$ et $v(x)$.

Une de ces fonctions n'est pas une application. Laquelle ?

Donner son domaine de définition.

3. Résoudre dans $\mathbb{Q}$ l'équation $t(x) = 0$.

Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'inéquation $s(x) < 0$.

Exercice II

Calculer $\left(5 - 3\sqrt{3}\right)^2$.
Déterminer le plus grand des deux réels 5 ou $3\sqrt{3}$.
En déduire l'écriture, au moyen d'un seul radical, de

$$\sqrt{52 - 30\sqrt{3}}.$$

Exercice III

Dans un plan euclidien (P) rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on considère les points A, B et C tels que

$$\overrightarrow{\text{OA}} = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}, \quad \overrightarrow{\text{OB}} = -2\vec{\imath} - \vec{\jmath} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{OA}} = 5\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}.$$

.

1. Donner les coordonnées des points A, B et C.

2. Calculer $d(\text{A}, \text{B})$, $d(\text{A}, \text{C})$ et $d(\text{B}, \text{C})$.

En déduire que le triangle (A, B, C) est un triangle rectangle isocèle.

3. Si α est l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{ABC}}$, donner α en degrés et en déduire $\cos\alpha$, $\sin\alpha$ et $\tan\alpha$.

4. M est le milieu du bipoint (B, C).
   Calculer les coordonnées de M ainsi que $d(\text{A, M})$.
   Quelle est la médiatrice de [BC] ? Justifier la réponse.
5. P étant le milieu du bipoint (A, M) et β l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{PBM}}$, calculer $\tan\beta$.
   Si γ est l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{PCB}}$ donner $\tan\gamma$.