

∞ Brevet des collèges Nice juin 1975 ∞

Algèbre

Calculer :

- $(\sqrt{7} + 2\sqrt{5})^2$; puis
- $(\sqrt{7} - 2\sqrt{5})^2$; et
- $(\sqrt{7} + 2\sqrt{5})(\sqrt{7} - 2\sqrt{5})$.

En déduire que $\frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{7} - 2\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7} - 2\sqrt{5}}{\sqrt{7} + 2\sqrt{5}}$ est un nombre rationnel.

Géométrie

Exercice 1

Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les trois points A, B, C, par leurs coordonnées :

$$A(3; 1), \quad B(1; 2), \quad C(5; 5).$$

1. Exprimer les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} en fonction des vecteurs de base \vec{i} et \vec{j} .
2. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux.
3. Trouver l'équation de la droite (AB).
4. Quelles sont les coordonnées du milieu I du segment [BC] et du point E symétrique de A par rapport à I.
Quelle est la nature du quadruplet (A, B, E, C).
Calculer $d(B, C)$.

Exercice 2

L'unité étant le centimètre, on considère dans le plan le triangle (O, C, D) tel que

$$d(O, C) = 1,5, \quad d(C, D) = 2,5 \quad \text{et} \quad d(O, D) = 2.$$

1. Le triangle (O, C, D) est-il rectangle?
Justifier la réponse.
2. Dessiner le triangle.
 α est l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{OCD} ; calculer $\cos \alpha$, $\sin \alpha$ et $\tan \alpha$.
En déduire au moyen des tables trigonométriques en degrés que $53 < \alpha < 54$.
 β est l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ODC} .
Expliquer pourquoi $36 < \beta < 37$.