Brevet Nice juin 1984

Algèbre

On considère l'application f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = (3x-2)(3x-9) - \left(9x^2-4\right) + (3x-2)(15-x).$$

1. **a.** Développer et réduire $f(x)$.

   b. Factoriser $f(x)$.

   c. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation : $f(x) = -8$.

2. Calculer $f(1)$, $f\left(\dfrac{11}{3}\right)$, $f\left(\sqrt{3}\right)$.

   L'application f est-elle bijective ?

3. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation

$$-3x^2 + 14x - 8 \leqslant -x(3x-16).$$

4. Soit g et h les applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies par

$$g(x) = 3x-2, \qquad h(x) = 4-x.$$

   On appelle D et Δ les représentations graphiques respectives de g et h dans un plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

   L'unité choisie est le centimètre

   a. Construire D et Δ. On calculera les coordonnées des points d'intersection de D et Δ avec l'axe des abscisses.

   Calculer les coordonnées du point d'intersection I de D et Δ.

   b. Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = g(x) \cdot h(x)$.

   Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $f(x) = 0$.

Géométrie

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on considère les points A, B, C de coordonnées respectives

$$\text{A}(-3~;~-2), \qquad \text{B}(-4~;~2), \qquad \text{C}(5~;~0).$$

1. Placer ces points.

   Calculer $d(\text{A, B})$, $d(\text{A, C})$, $d(\text{B, C})$.

   En déduire la nature du triangle (A, B, C).

2. Soit I le milieu de [BC]. Déterminer ses coordonnées.

3. On mène par I la parallèle (Δ) à (AB).
Démontrer que (Δ) coupe (AC) en J.
Préciser la position de ce point.
Calculer $\sin\widehat{\text{JIC}}$ et déduire la valeur à un degré près par défaut de la mesure de cet angle.
On prendra pour valeur approchée de $\sqrt{5}$: 2,236.
4. Soit $\text{G}\left(-\dfrac{2}{3}\ ;\ 0\right)$.
Quelle relation existe-t-il entre les vecteurs $\overrightarrow{\text{AG}}$ et $\overrightarrow{\text{AI}}$?
Que peut-on conclure pour les points A, G, I ?
5. La parallèle à (IJ) passant par G coupe (AC) en K.
Calculer $\dfrac{\overline{\text{AK}}}{\overline{\text{AJ}}}$.