

∞ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∞
Nice septembre 1969

ALGÈBRE

1. Décomposer en produit de facteurs chacune des expressions suivantes :

$$\begin{aligned}A(x) &= (8x - 6)(1 - 2x) - (6x - 3)(4 - 2x), \\B(x) &= (10x - 6)^2 - (4x - 3)^2.\end{aligned}$$

Résoudre les équations en x suivantes

$$A(x) = 0 \quad ; \quad B(x) = 0.$$

2. On considère la fraction $F(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$.
Pour quelles valeurs de x n'est-elle pas définie?
Simplifier cette fraction.
3. Résoudre l'équation en x suivante : $F(x) = 1$.
4. Résoudre l'inéquation en x suivante : $F(x) \leq 0$.

GÉOMÉTRIE

1. Soit ABC un triangle quelconque.
La bissectrice intérieure de l'angle \widehat{BAC} coupe le côté [BC] en I.
La parallèle menée par C à la droite (AI) coupe la droite (AB) en E.
En utilisant cette figure, démontrer que I

$$\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}.$$

2. En désignant par a la longueur du côté [BC], par b celle du côté [CA], par c celle du côté [AB], déduire de la relation précédente les formules

$$IB = \frac{ac}{b+c} \quad \text{et} \quad IC = \frac{ab}{b+c}.$$

3. On considère le cas particulier d'un triangle rectangle dont B est le sommet de l'angle droit et tel que $AB = c = 1$.

La mesure de l'angle aigu \widehat{BAC} est désignée par x .

La bissectrice intérieure de l'angle \widehat{BAC} coupe le côté [BC] en I.

Quels sont les segments de la figure qui ont respectivement pour longueur $\tan x$ et $\tan \frac{x}{2}$?

En utilisant l'expression de IB de la question 2., exprimer $\tan \frac{x}{2}$ à l'aide de $\tan x$.

4. Calculer le nombre $\tan 15^\circ$.

Contrôler le résultat numérique en utilisant une table de rapports trigonométriques.