

œ Brevet des collèges Nice septembre 1972 œ

ALGÈBRE

On donne les expressions

$$A(x) = \frac{1+x}{1-x} \quad \text{et} \quad B(x) = \frac{2x}{1+x}$$

où x désigne un nombre réel.

1. Calculer $P(x) = A(x) \times B(x)$ et $S(x) = A(x) + B(x)$.
Trouver les valeurs numériques de $A(x)$, $B(x)$, $P(x)$ et $S(x)$ si $x = \sqrt{2}$.
2. Pour quelle valeur de x l'égalité $A(x) \times B(x) = 1$ est-elle vraie?
3. Pour quelles valeurs de x l'égalité $A(x) - B(x) = -\frac{7}{2}$ est-elle vraie?
4. Soit la fonction f qui à x associe $f(x) = 2x$ et la fonction g qui à x associe $g(x) = 1 - x$.
Représenter graphiquement ces deux fonctions.
Retrouver graphiquement le résultat de la question 2.
(On pourra prendre un repère orthonormé où l'unité est le centimètre.)

GÉOMÉTRIE

Soit une demi-circonférence de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 2a$, de centre O ; le point C est le milieu de l'arc \widehat{AB} et M est un point quelconque de l'arc \widehat{CB} .

La droite (AM) coupe (OC) en D et la bissectrice $[Oz)$ de l'angle \widehat{COM} en I .

1. Montrer que le triangle (CIM) est rectangle isocèle.
2. Montrer que le quadrilatère $(CIOA)$ est inscritible dans un cercle, dont on précisera le centre et dont on donnera la valeur du rayon.
3. Montrer que les triangles (AOD) et (CDI) sont semblables.

En déduire que

$$\frac{ID}{IM} = \frac{OD}{OM}.$$

4. On suppose que l'angle $\widehat{CAM} = 15^\circ$.
Calculer la mesure de l'angle \widehat{MAB} et donner, en fonction de a , la mesure de $[AD]$, $[AM]$ et $[OD]$.
Quelle est la valeur commune des rapports $\frac{ID}{OM}$, $\frac{ID}{IM}$, $\frac{ID}{IC}$?
Pouvait-on prévoir ce résultat en calculant la tangente de l'angle \widehat{C} du triangle (IDC) ?