# Brevet Nice septembre 1978

## Algèbre

**1.** On considère l'application polynôme $f$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = (2x-3)(x-4)+4x^2-9-(2x-3)^2.$$

**a.** Développer, réduire et ordonner $f(x)$ suivant les puissances décroissantes de $x$.

**b.** Factoriser $f(x)$.

**2.** On considère la fonction rationnelle $g$ définie par

$$g(x) = \frac{f(x)}{x^2+4x+4}.$$

**a.** Quel est l'ensemble de définition $\mathcal{E}$ de la fonction $g$ ?

Simplifier l'écriture de $g(x)$ pour tout $x$ appartenant à $\mathcal{E}$.

**b.** Calculer $g\left(-\sqrt{2}\right)$ en exprimant ce nombre réel sou forme d'un quotient dont le dénominateur est un nombre rationnel.

Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, donner un encadrement de $g\left(-\sqrt{2}\right)$ à $10^{-1}$ près.

**3.** **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $g(x) = 3$.

**b.** Dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ tracer les représentations graphiques $D_1$ et $D_2$ des fonctions affines $h_1$ et $h_2$ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par

$$h_1 : x \longmapsto h_1(x) = 2x-3, \qquad h_2 : x \longmapsto h_2(x) = 3x+6$$

et déterminer le point d'intersection de $D_1$ et $D_2$ par ses coordonnées.

**c.** Retrouver le résultat de 3. a.

## Géométrie

Dans un plan $P$ muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on donne les points A et B dont les coordonnées dans ce repère sont

$$\text{A}(1\,;\,-2), \qquad \text{B}(2\,;\,1).$$

**1.** Déterminer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{\text{OC}} = 5\vec{\imath}$.

**2.** Calculer les distances $d(\text{A, B})$, $d(\text{A, C})$, $d(\text{B, C})$.

Que peut-on en conclure pour le triangle (A, B, C) ?

**3.** Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadruplet (A, B, D, C) soit un parallélogramme.

**4.** Calculer les coordonnées du milieu I du bipoint (A, C).

Montrer que les points A, B, C sont sur un cercle de centre I et que la droite (D, B) est tangente en B à ce cercle.

**5.** On considère l'application $f$ dans $P$ qui à tout point M de coordonnées $(x\ ;\ y)$ associe $f(\text{M}) = \text{M}'$ de coordonnées $\left(x'\ ;\ y'\right)$ telles que

$$\left\{\begin{array}{rcl} x' & = & -y \\ y' & = & -x \end{array}\right.$$

**a.** Montrer que $f$ est bijective.

**b.** Calculer les coordonnées (ou composantes) des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$, $\overrightarrow{\text{AC}}$, $\overrightarrow{\text{BC}}$.

**c.** Calculer les coordonnées des points $f(\text{A}) = \text{A}'$ et $f(\text{B}) = \text{B}'$.
Montrer que $d(\text{A}', \text{B}') = d(\text{A}, \text{B})$.

**d.** Soient $\text{M}_1$ et $\text{M}_2$ deux points de coordonnées $\text{M}_1\left(x_1\ ;\ y_1\right)$ et $\text{M}_2\left(x_2\ ;\ y_2\right)$ : comparer $d\left(\text{M}_1', \text{M}_2'\right)$ et $d(\text{M}_1, \text{M}_2)$.
Que peut-on en conclure ?

**e.** Chercher l'ensemble des points M tels que $f(\text{M}) = \text{M}$ .
Construire cet ensemble.