

🌀 Brevet Nice septembre 1979 🌀

ALGÈBRE

On considère les applications polynômes f et g , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 - 4) - (2 - x)(x + 7), \\g(x) &= (4x + 5)^2 - (2x - 4)^2.\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .
2. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
3. Quelles sont les images par f des réels 2, 0 et $-\frac{9}{2}$?
Quels sont les antécédents par g du réel 0?
4. Soit q la fonction rationnelle qui à x associe

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Quel est l'ensemble de définition E de q ?
- b. Montrer que, pour tout x de l'ensemble E , on a

$$q(x) = \frac{x - 2}{6x + 1}.$$

5. Calculer $q\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$; exprimer ce nombre réel sous forme de quotient dont le dénominateur est un nombre rationnel.
6. Résoudre, dans E , l'équation

$$|q(x)| = \frac{1}{4}.$$

GÉOMÉTRIE

Soit P un plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Tracer les droites D et D' d'équations respectives

$$2x - 3y = 0 \quad \text{et} \quad 2x - 3y = -6.$$

2. Déterminer $D \cap D'$.
3. Soit B et C les points dont les coordonnées sont B(0; 2) ; C(3; 2).
 - a. Montrer que B appartient à D' et que C appartient à D . Placer ces points sur le dessin.

- b.** Soit A le point tel que $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.
Trouver les coordonnées de A et montrer que A appartient à D' . Placer A.
Quelle est la nature du quadruplet (O, B, A, C)?
Trouver les coordonnées du point E tel que le quadruplet (O, B, E, A) soit un parallélogramme.
- 4.** **a.** Trouver les coordonnées du point M de D' tel que la droite (OM) soit perpendiculaire à la droite (D). On trouvera $M\left(-\frac{12}{13}; \frac{18}{13}\right)$.
b. Calculer les distances $d(O, M)$ et $d(M, B)$.
c. En déduire le sinus, le cosinus et la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{BOM} .
- 5.** Soit I le milieu du bipoint (O, A) et H la projection orthogonale de C sur l'axe des abscisses.
Montrer que les quatre points (O, M, A, H) sont sur un même cercle de centre I.