# ∽ Brevet Nice septembre 1980 ∾

## Algèbre

On considère l'application polynôme $f$ dans $\mathbb{R}$, définie par

$$f(x) = ax^2 + bx + 25.$$

où $a$ et $b$ sont des réels :

1. Calculer $f(2)$ et $f(-1)$ en fonction de $a$ et $b$.
   Déterminer $a$ et $b$ pour que l'on ait à la fois

$$f(2) = 1 \quad \text{et} \quad f(-1) = 49.$$

2. Soit $g$ et $h$ deux fonctions polynômes, dans $\mathbb{R}$, définies par

$$\begin{array}{rcl} g(x) & = & (3x-2)(4x-5)+(x+3)(5-4x) \\ h(x) & = & 4x^2-20x+25. \end{array}$$

   **a.** Développer, réduire et ordonner $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de $x$.
   **b.** Factoriser $g(x)$ et $h(x)$.

3. Soit $q$ la fonction rationnelle définie par

$$q(x) = \frac{g(x)}{h(x)}.$$

   **a.** Déterminer l'ensemble de définition : $\mathcal{D}_q$ de $q$.
   **b.** Simplifier l'écriture de $q(x)$.

4. **a.** Montrer que pour tout $x$ appartenant à $\mathcal{D}_q$ on a

$$q(x) - 2 = \frac{5}{2x-5}.$$

   **b.** Calculer $q\left(\sqrt{5}\right)$.
   Mettre ce réel sous la forme $m\sqrt{5} + p$, $m$ et $p$ appartenant à $\mathbb{Z}$.
   **c.** Déterminer l'ensemble de valeurs de $x$ pour lesquelles : $q(x) > 2$.

## Géométrie

Dans un plan euclidien, $\mathcal{P}$, muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on donne les points

A(-4 ; 2), B(-2 ; 5), C(3 ; 6), D(6 ; 4), E(0 ; 8).

1. Calculer la distance $d$(A, E).
2. Trouver les coordonnées (ou composantes) des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{CD}}$.
   Montrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

3. Trouver les coordonnées des milieux respectifs des bipoints (A, E) et (E, D).

   Quels sont ces points ?

   En déduire que les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

4. Trouver les coordonnées du milieu M du bipoint (A, D). Soit K l'image de E dans la symétrie centrale de centre M.

   Trouver les coordonnées de K puis calculer $d(\text{A}, \text{K})$.

5. Quelle est la nature du quadruplet (A, E, D, K) ?

6. Que peut-on dire du triangle (B, E, C) ?

   Montrer que le centre du cercle circonscrit à ce triangle (B, E, C) est le point I milieu de (B, C).

   Montrer que le point M appartient à ce cercle.