

œ Brevet des collèges Nouméa novembre 1973 œ

ALGÈBRE

Les fonctions polynômes f et g définies dans \mathbf{R} sont telles que

$$\begin{aligned}f(x) &= 9(x+2)^2 + x^2 - 4 - 3(x+2)(x+7) \\g(x) &= (6x-1)^2 - (x-4)^2.\end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$, $g(x)$, $5g(x) - 3f(x)$ sous forme de produits de deux facteurs du premier degré.
2. On considère la fonction rationnelle h de la variable réelle x définie par $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.
 - a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h .
 - b. Simplifier $h(x)$.
3. Calculer $h(\sqrt{2})$.

On donnera un résultat où le dénominateur est un entier naturel.

GÉOMÉTRIE

A, B, C sont trois points d'un plan affine euclidien (P) tel que le triangle (A, B, C) soit rectangle et isocèle. On pose

$$d(C, A) = d(C, B) = a \ (a > 0)$$

et le point O est le milieu du segment [BC].

1. Calculer $d(A, B)$ et $d(A, O)$.
2. Le point D est défini par $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$.

Montrer que le quadruplet (A, B, D, C) est un parallélogramme.
3. Le point E est défini par $\overrightarrow{BE} = 4\overrightarrow{OB}$.

Calculer $d(A, E)$ et $d(D, E)$
4. Montrer que le triangle (A, D, E) est rectangle.
5. Si ω est le milieu de [AE], montrer que $\omega C = \omega D$.

En déduire que la droite (ωB) est la médiatrice du segment [CD].