

œ Brevet Orléans–Tours juin 1978 œ

Algèbre

On considère les applications f et g définies par

$$\begin{array}{l} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 3x-2, \end{array} \quad \begin{array}{l} g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 5-x, \end{array} .$$

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations

$$f(x)g(x) = 0, \quad [f(x)]^2 = [g(x)]^2$$

2. Soit la fonction F définie par

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto F(x) = \frac{(9x^2 - 12x + 4) - 6x + 4 - 3(9x^2 - 4)}{f(x)g(x)} \end{array}$$

On appelle \mathcal{D} l'ensemble de définition de F .

- a. Préciser cet ensemble,
b. Montrer que $F(x) = \frac{2(3x+5)}{x-5}$ dans \mathcal{D} .
3. Calculer $F\left(-\frac{4}{5}\right)$ et $F(1-\sqrt{3})$.

On donnera des réponses dans lesquelles le dénominateur est un entier.

4. Résoudre dans \mathbb{R} les équations

$$F(x) = 1 \text{ et } F(x) = 0.$$

5. Dans le plan muni d'un repère cartésien (O, \vec{i}, \vec{j}) construire les droites d'équations

$$y = -6x - 10 \quad \text{et} \quad y = 5 - x.$$

Quel résultat précédent peut être vérifié graphiquement?

Géométrie

Faire une figure (unité : 1 cm).

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points

$$A(3; 0), \quad B(2; -3), \quad D(0; 1) \quad \text{et} \quad F(-1; 0).$$

1. Déterminer les coordonnées de E symétrique de A dans la symétrie de centre D .
Montrer que E , F et B sont alignés.

2. Calculer $d(E, A)$, $d(A, B)$, $d(B, E)$.

Que peut-on en déduire pour le triangle (E, A, B)?

Si α est l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{AEB} , calculer $\sin \alpha$.

Sachant que 2,236 est une valeur approchée (à 10^{-3} près) par défaut de $\sqrt{5}$, déterminer un encadrement de α à un degré près.

3. Quelles sont les coordonnées du point C tel que (A, B, C, D) soit un parallélogramme?

Préciser la nature de ce parallélogramme et donner les coordonnées de son centre I.

4. Montrer que les points A, B, C, D et F appartiennent à un même cercle (\mathcal{C}) dont on précisera le centre et le rayon.

Que représente (EC) pour le cercle?