

œ Brevet Orléans-Tours juin 1982 œ

Algèbre

L'application f , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} est définie par

$$f(x) = (3x - 2)(x - 2) - (3x - 2)^2 + (9x^2 - 4).$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Calculer $f(-2\sqrt{2})$. Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, en déduire un encadrement de $f(-2\sqrt{2})$, puis la valeur décimale approchée par défaut à 10^{-2} près de $f(-2\sqrt{2})$.
3. Factoriser $f(x)$ puis résoudre, dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
4. Résoudre, dans \mathbb{R}^2 , le système

$$\begin{cases} 3x - y - 2 = 0 \\ x - y = -2. \end{cases}$$

5. Dans un repère orthonormé, construire les droites d'équations respectives

$$3x - y - 2 = 0 \quad \text{et} \quad x - y + 2 = 0.$$

Retrouver graphiquement le résultat de la question précédente.

Géométrie

Dans un repère orthonormé, on donne les points A, B et C définis par

$$A(-2; 1), \quad B(4; 3), \quad C(-1; y).$$

1. Calculer l'ordonnée y du point C, pour que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} soient orthogonaux.

Dans la suite du problème, on prendra $y = -2$.

2. On appelle I le milieu de [BC].
Calculer les coordonnées de I.
3. On appelle D le symétrique de A par rapport à I.
Calculer les coordonnées de D.
4. Montrer que le quadrilatère (A, C, D, B) est un rectangle.
5. Montrer que les points A, B, C et D sont sur un cercle (\mathcal{C}), dont on précisera le centre et dont on calculera le rayon.
6. On donne $\vec{u}(1; 7)$.
On appelle E l'image de A par la translation de vecteur \vec{u} .
Calculer les coordonnées de E.
7. Montrer que le triangle (A, J, E) est rectangle.
En déduire la position de la droite (AE) par rapport au cercle (\mathcal{C}).