∽ Brevet des collèges Orléans–Tours juin 1972 ∾
Enseignement long et enseignement court

Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

Soit l'expression algébrique suivante :

$$A(x) = 3(x-4)^2 - x^2 + 16 - (4-x)(2x+7).$$

1. Effectuer les opérations et donner à $A(x)$ la forme d'un polynôme réduit et ordonné.
2. Factoriser $A(x)$.
3. On considère la fraction
$$F(x) = \frac{A(x)}{2x^2 - 32}.$$
Simplifier cette fraction et trouver les valeurs numériques de $F(x)$ pour $x = \dfrac{9}{4}$ et $x = \dfrac{1}{3}$.
4. Déterminer x pour que cette fraction soit égale à l'unité.
5. Retrouver ce dernier résultat en résolvant graphiquement le système suivant :
$$\left\{\begin{array}{l c l} 5y & = & 4x-9, \\ y & = & 2x+8. \end{array}\right.$$

GÉOMÉTRIE

Soit un cercle de diamètre [AB],de centre O et de rayon R.
Le point C étant le milieu de [OB] et M le milieu de l'un des arcs $\overset{\frown}{\text{AB}}$, on considère le point P appartenant à la demi-droite [AMx) et tel que

$$\text{AP} \cdot \text{AM} = \text{AC} \cdot \text{AB}.$$

1. Démontrer que les triangles (ABM) et (APC) sont semblables et que le quadrilatère (BCMP) est inscriptible dans un cercle.
En déduire une construction du point P.
2. La droite (CP) coupe le cercle donné en E et en F (E appartenant à l'arc $\overset{\frown}{\text{AME}}$).
Démontrer l'égalité des arcs $\overset{\frown}{\text{AE}}$ et $\overset{\frown}{\text{AF}}$ et la similitude des triangles (AFP) et (AMP).
3. Calculer, en fonction de R, la mesure des segments [AC], [AM], [AP] et [AF].