

œ Brevet des collèges Orléans-Tours juin 1974 œ

ALGÈBRE

On considère les applications f et g définies dans \mathbf{R} telles que

$$\begin{aligned}f(x) &= (3x+2)^2 - (2x-3)^2, \\g(x) &= (5x-1)^2 + (1-5x)(2x+3)\end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Soit h la fonction rationnelle définie par

$$h(x) = \frac{(5x-1)(x+5)}{(5x-1)(3x-4)}.$$

- a. Donner son ensemble de définition.
 - b. Simplifier $h(x)$.
 - c. Calculer $h(\sqrt{2})$; rendre le dénominateur rationnel.
3. Résoudre dans \mathbf{R} les inéquations

$$x+5 > 0 \quad \text{et} \quad 3x-4 < 0.$$

En déduire le signe de $h(x)$ si $x \in \left] -5; \frac{4}{2} \right[$.

4. Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) construire les représentations graphiques des fonctions A et B , de \mathbf{R} dans \mathbf{R} , telles que

$$A(x) = x+5 \quad \text{et} \quad B(x) = 3x-4.$$

En déduire la valeur de x pour laquelle $h(x) = 1$.

Retrouver ce dernier résultat par le calcul.

GÉOMÉTRIE

Dans le plan muni d'un repère orthonormé on place les points A, B et C dont les coordonnées sont respectivement

$$A(-4; -2), \quad B(6; 3) \quad \text{et} \quad C(4; 7).$$

1. Exprimer \vec{OA} et \vec{OB} à l'aide de \vec{i} et de \vec{j} et montrer que A, O et B sont alignés.
2. Calculer AB, BC et CA (on désigne par $AB = d(A, B)$ la distance des points A et B).
En déduire la nature du triangle (A, B, C).
3. Calculer la valeur de la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{BAC} .
En utilisant les tables de trigonométrie, donner un encadrement, de largeur 1° , de cet écart angulaire.

4. La médiatrice (Δ) de $[AB]$ coupe $[AC]$ en M .
Montrer que M est le milieu de $[AC]$.
Calculer les coordonnées de M .
Tracer le cercle (\mathcal{C}) de centre M et de rayon $[MA]$.
Montrer qu'il contient les points C et B .
Ce cercle (\mathcal{C}) coupe la droite (BM) en D .
Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) ?