

œ Brevet des collèges Orléans–Tours juin 1975 œ

Algèbre

1. On considère l'application f de \mathbf{R} dans \mathbf{R} telle que :

$$f(x) = 4x^2 - 49.$$

- Déterminer les images par f des nombres : $\frac{7}{2}$, $\sqrt{7} - 2$.
 - Déterminer les nombres réels, s'ils existent, ayant pour image par f les nombres : 15, 0.
 - L'application f est-elle une bijection sur \mathbf{R} ?
2. Soit g l'application de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définie par :

$$g(x) = (7 - 2x)(x + 5) - (21 - 6x)(2x - 1).$$

- Développer $g(x)$ et l'écrire sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.
 - Écrire $g(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Soit F la fonction rationnelle de \mathbf{R} vers \mathbf{R} définie par :

$$F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{E} de F .
 - Simplifier, si cela est possible, $F(x)$.
 - Calculer $F(\sqrt{3})$; rendre le dénominateur rationnel.
 - Sachant que : $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donner un encadrement de $F(\sqrt{3})$ à 10^{-2} près.
4. a. Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , construire les représentation graphiques (D_1) et v des fonctions f_1 et f_2 de \mathbf{R} dans \mathbf{R} telles que :

$$f_1(x) = 2x + 7 \quad \text{et} \quad f_2(x) = 5x - 8.$$

- b. Résoudre graphiquement l'équation :

$$F(x) = 1.$$

- c. Retrouver ce dernier résultat par le calcul.

Géométrie

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on place les points B, I, A dont les coordonnées sont respectivement :

$$B(1; 3), \quad I\left(\frac{5}{2}; 2\right), \quad A\left(\frac{9}{2}; 5\right).$$

1. Déterminer les composantes (ou coordonnées) des vecteurs \vec{AI} et \vec{BI} .
En déduire que les droites (AI) et (BI) sont orthogonales.
2. Soit C le symétrique du point B dans la symétrie orthogonale d'axe (AI).
 - a. Déterminer les coordonnées du point C.
 - b. Quelle est la nature du triangle (A, B, C)?
3.
 - a. Calculer les distances $d(A, I)$ et $d(B, I)$.
 - b. Calculer la valeur de la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ABC} .
En utilisant les tables de trigonométrie, donner un encadrement, de largeur 1° , de cet écart angulaire.
4. Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadruplet (A, B, D, C) soit un parallélogramme.
Est-ce un losange? Pourquoi?
Est-ce un rectangle? Pourquoi?

Chaque candidat devra être en possession :

- *d'un texte,*
- *d'une feuille de papier millimétré à utiliser par moitié pour chaque problème;*
- *de tables trigonométriques.*