

œ Brevet des collèges Orléans–Tours juin 1975 œ

Algèbre

1. On considère l'application  $f$  de  $\mathbf{R}$  dans  $\mathbf{R}$  telle que :

$$f(x) = 4x^2 - 49.$$

- a. Déterminer les images par  $f$  des nombres :  $\frac{7}{2}$ ,  $\sqrt{7} - 2$ .
  - b. Déterminer les nombres réels, s'ils existent, ayant pour image par  $f$  les nombres : 15, 0.
  - c. L'application  $f$  est-elle une bijection sur  $\mathbf{R}$ ?
2. Soit  $g$  l'application de  $\mathbf{R}$  dans  $\mathbf{R}$  définie par :

$$g(x) = (7 - 2x)(x + 5) - (21 - 6x)(2x - 1).$$

- a. Développer  $g(x)$  et l'écrire sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.
  - b. Écrire  $g(x)$  sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Soit  $F$  la fonction rationnelle de  $\mathbf{R}$  vers  $\mathbf{R}$  définie par :

$$F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition  $\mathcal{E}$  de  $F$ .
  - b. Simplifier, si cela est possible,  $F(x)$ .
  - c. Calculer  $F(\sqrt{3})$ ; rendre le dénominateur rationnel.
  - d. Sachant que :  $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ , donner un encadrement de  $F(\sqrt{3})$  à  $10^{-2}$  près.
4. a. Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , construire les représentation graphiques  $(D_1)$  et  $v$  des fonctions  $f_1$  et  $f_2$  de  $\mathbf{R}$  dans  $\mathbf{R}$  telles que :

$$f_1(x) = 2x + 7 \quad \text{et} \quad f_2(x) = 5x - 8.$$

- b. Résoudre graphiquement l'équation :

$$F(x) = 1.$$

- c. Retrouver ce dernier résultat par le calcul.

Géométrie

Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on place les points B, I, A dont les coordonnées sont respectivement :

$$B(1; 3), \quad I\left(\frac{5}{2}; 2\right), \quad A\left(\frac{9}{2}; 5\right).$$

1. Déterminer les composantes (ou coordonnées) des vecteurs  $\vec{AI}$  et  $\vec{BI}$ .  
En déduire que les droites (AI) et (BI) sont orthogonales.
2. Soit C le symétrique du point B dans la symétrie orthogonale d'axe (AI).
  - a. Déterminer les coordonnées du point C.
  - b. Quelle est la nature du triangle (A, B, C)?
3.
  - a. Calculer les distances  $d(A, I)$  et  $d(B, I)$ .
  - b. Calculer la valeur de la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique  $\widehat{ABC}$ .  
En utilisant les tables de trigonométrie, donner un encadrement, de largeur  $1^\circ$ , de cet écart angulaire.
4. Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadruplet (A, B, D, C) soit un parallélogramme.  
Est-ce un losange? Pourquoi?  
Est-ce un rectangle? Pourquoi?

*Chaque candidat devra être en possession :*

- *d'un texte,*
- *d'une feuille de papier millimétré à utiliser par moitié pour chaque problème;*
- *de tables trigonométriques.*