

œ Brevet Orléans–Tours juin 1977 œ

Algèbre

1. On considère les fonctions polynômes p et q définies par

$$\begin{aligned}p(x) &= (7x+2)^2 - (4x-3)^2 \\q(x) &= 18x^2 + 60x + 50\end{aligned}$$

- Développer, réduire et ordonner $p(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .
 - Écrire $p(x)$ et $q(x)$ sous forme de produits de polynômes du premier degré.
 - Calculer $p(2)$, $p\left(-\frac{1}{2}\right)$.
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $p(x) = q(x)$.
2. Soit la fonction rationnelle f , de \mathbb{R} vers \mathbb{R} , définie par

$$f(x) = \frac{p(x)}{11x-1}.$$

Déterminer son ensemble de définition, puis simplifier $f(x)$.

3. Soit la fonction g , de \mathbb{R} vers \mathbb{R} , définie par $g(x) = 3x + 5$.
Les fonctions f et g sont-elles égales?
4. **a.** Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , construire la représentation graphique de g .
- b.** On donne les points $A(-5; 2)$ et $B(3; -6)$.
Soit h la fonction qui a pour représentation graphique la droite (AB) .
Déterminer h .
- c.** Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = h(x)$.

Géométrie

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points :

$$A(-7; 3); \quad B(1; 7); \quad C(4; 1); \quad D(-4; -3)$$

- Calculer les coordonnées du milieu I de (A, C) .
- Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} .
En déduire que les droites (AB) et (AD) sont orthogonales.
- Démontrer que le quadruplet (A, B, C, D) est un rectangle.
- Déterminer les distances $d(A, B)$, $d(A, C)$, $d(B, D)$.
- Calculer le sinus de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ACB} , puis déterminer à l'aide des tables trigonométriques un encadrement de largeur 1° de cet écart angulaire.
- Quelles sont les coordonnées du point E , image du point D dans la translation de vecteur \overrightarrow{AI} ?
Démontrer que le quadruplet (D, E, C, I) est un losange.
Démontrer que les droites (IE) et (AB) sont orthogonales.