∽ Brevet Orléans-Tours juin 1981 ∾

Algèbre

Soient f et g les applications affines définies par

$$f(x) = -5x+2, \qquad g(x) = 2x-3.$$

1. Dans un repère orthonormé du plan, tracer les représentations graphiques (D) et $\left(D'\right)$ de f et g.
2. Montrer que (D) et $\left(D'\right)$ n'ont qu'un point commun K.
   Déterminer par le calcul les coordonnées de K.
3. Dans chacun des cas suivants, trouver les valeurs réelles de x vérifiant :
   a. $|f(x)| = \sqrt{2}-1$;
   b. $[f(x)]^2 = [g(x)]^2$;
   c. $f(x)\cdot g(x) = 0$.
4. **a.** Démontrer que $g\circ f$ est une application affine (on rappelle que $(g\circ f)(x) = g[f(x)]$).
   b. Peut-on trouver une valeur réelle de x telle que

$$(g\circ f)(x) = (f\circ g)(x)?$$

Géométrie

1. Dans un plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ placer les points

$$\text{A}(2\,;\,1), \qquad \text{B}(0\,;\,-3), \qquad \text{C}(0\,;\,2).$$

2. Exprimer en fonction de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ les vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$, $\overrightarrow{\text{AC}}$, $\overrightarrow{\text{CB}}$.
3. Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.
4. Soit u la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.
   a. Calculer $\sin u$.
   b. Sachant que $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$, donner une valeur approchée de u à 1° près par défaut.
5. Soit B′ l'image de B par la symétrie de centre A.
   Déterminer les coordonnées de B′.
6. Soit C′ l'image de B′ par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{CB}}$.
   Montrer que C' est symétrique de C par rapport à A.
7. Préciser la nature du quadrilatère (B, C, B′, C′).