∽ Brevet Orléans–Tours juin 1988 ∾

Première partie

Exercice 1

On donne $a = \dfrac{5}{14}$ et $b = -\dfrac{2}{35}$.
Calculer $a + b$ et $\dfrac{a}{b}$.
Donner les résultats sous la forme de fractions irréductibles.

Exercice 2

On donne $A = \sqrt{80} - 10\sqrt{20} + 2\sqrt{45}$.
Écrire A sous la forme $a\sqrt{5}$ avec $a \in \mathbb{Z}$.

Exercice 3

x étant un nombre réel, on pose

$$g(x) = (2x - 5)(3x + 1) - 10x + 25.$$

1. Développer et réduire $g(x)$.
2. Factoriser $g(x)$.
3. Calculer $g(2,5)$.

Deuxième partie : exercices géométriques

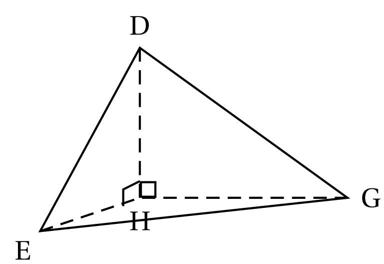
Exercice 1

Dessiner un triangle isocèle ABC tel que AB = AC et de hauteur [AH].
Soit M, le milieu de [AC].

1. Dans la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{DM}}$, A a pour image A′.
   Quelle est la nature du quadrilatère AA′MB ?
   Justifier la réponse.
2. Dans la symétrie de centre M, B a pour image B′.
   Quelle est la nature du quadrilatère ABCB′ ?
   Justifier la réponse.

Exercice 2

Le dessin ci-dessous représente une pyramide, dont les faces EHD et DHG sont rectangles en H.



Faire le dessin de cette pyramide et le compléter au fur et à mesure des questions.
Soit M, R et N, milieux respectifs de [DG], [EG] et [DE].

1. Démontrer que (MR) est parallèle à (DE).
2. Démontrer que (NR) est parallèle à (DG).
3. Exprimer DE en fonction de MR, et DG en fonction de NR.
4. Quelle doit être la nature de la face DEG de la pyramide pour que le quadrilatère DMRN soit un losange ?

   Justifier la réponse.

   En déduire qu'alors EH = HG.

Deuxième partie : exercices géométriques

Pour préparer le mélange de carburant de son bateau hors-bord, M. Dupont doit ajouter 3 litres d'huile à 100 litres d'essence.

1. S'il met 15 litres d'essence dans son réservoir, quelle quantité d'huile doit-il ajouter ?
2. M. Dupont navigue habituellement à la vitesse de 16 km/h.

   À cette vitesse, il consomme 4 litres de mélange à l'heure.

   Son réservoir d'une contenance de 20 litres étant plein de mélange au départ, pendant combien de temps pourra-t-il naviguer ?

   Quelle distance pourra-t-il parcourir ?

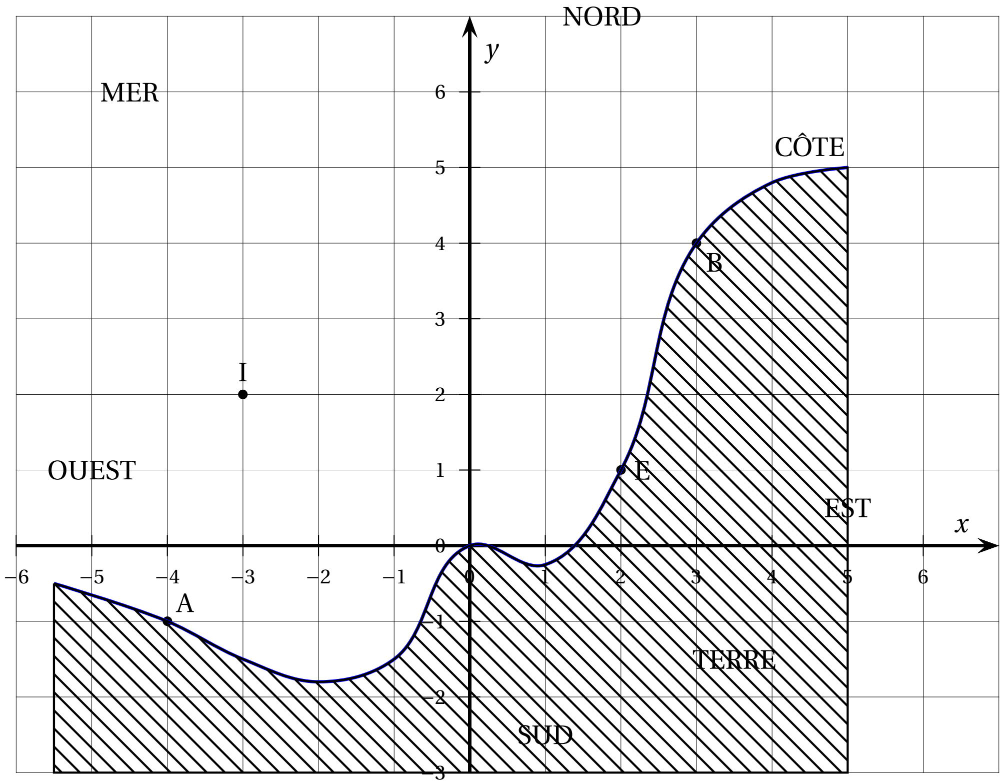
La suite du problème utilise le plan ci-après pour lequel 1 *cm représente* 1 *km.*

3. M. Dupont doit partir du port A pour se rendre au port B ; on ami, M. Martin doit partir du port E pour aller dans un îlotI. Avant de partir, ils décident par téléphone de se rencontrer sans modifier les trajets prévus. (Ils navigueront tous les deux en ligne droite.)
   a. Dessiner, comme sur ce plan, le système d'axes $x'Ox$ et $y'Oy$ en représentant 1 km par 1 cm en abscisse et en ordonnée.

   Placer sur ce plan les points A, B, E, I ayant respectivement pour coordonnées

   $$(-4\,;\,-1)\,;\quad(3\,;\,4)\,;\quad(2\,;\,1)\,;\quad(-3\,;\,2).$$

   b. Déterminer graphiquement les coordonnées du point rencontre R de M. Dupont et M. Martin.



4. **a.** Déterminer une équation de la droite (EI).

b. Vérifier que $5x - 7y + 13 = 0$ est une équation de la droite (AB).

c. En déduire par le calcul les coordonnées du point R.

5. **a.** L'unité choisie étant le km, calculer la distance de à B. (On donnera le résultat à un hectomètre près par défaut.

b. Le réservoir étant plein de carburant au départ, M. Dupont peut-il faire l'aller et retour en naviguant à la vites habituelle, sans remettre de carburant ?

Expliquer.