Brevet des collèges Orléans-Tours septembre 1974

Algèbre

1. On considère la fonction polynôme p de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ définie par

$$p(x) = \left(9x^2 - 12x + 4\right) + (3x - 2)(x - 1) - \left(9x^2 - 4\right).$$

a. Écrire $p(x)$ sous la forme d'un produit de binômes du premier degré.

b. Déterminer l'ensemble suivant :

$$E = \left\{x / x \in \mathbb{D} \quad \text{et} \quad p(x) = 0\right\}.$$

(On rappelle que $\mathbb{D}$ désigne l'ensemble des décimaux.)

2. On considère la fonction rationnelle f de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ telle que

$$f(x) = \frac{(3x - 2)(x - 5)}{(x - 5)(-x + 6)}.$$

a. Déterminer l'ensemble de définition de f, puis simplifier l'écriture de $f(x)$.

b. Déterminer l'ensemble $E' = \left\{x / x \in \mathbf{R} \quad \text{et} \quad f(x) = 1\right\}$.

3. On considère les fonctions affines g et h, de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$, définies par

$$g(x) = 3x - 2 \quad \text{et} \quad h(x) = -x + 6.$$

a. Représenter graphiquement les fonctions g et h dans un même repère du plan (P).

b. Calculer les coordonnées du point d'intersection M des droites (D) et (D') représentant respectivement g et h.

Retrouver ainsi les résultats du 2. b.).

Géométrie

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère les points A, B et C définis par

$$\overrightarrow{\text{OA}} = -\vec{\imath}, \quad \overrightarrow{\text{OB}} = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{OC}} = \vec{\imath} + 4\vec{\jmath}.$$

1. Calculer $d(\text{A, B})$, $d(\text{A, C})$ et $d(\text{B, C})$.

Montrer que (A, B, C) est un triangle rectangle.

2. Calculer la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{ABC}}$, puis déterminer cet écart angulaire, en degrés, à l'aide des tables trigonométriques.

3. On désigne par A$'$ le symétrique de A par rapport à C et par B$'$ le symétrique de B par rapport à C.

Comparer $\overrightarrow{\text{AB}'}$ et $\overrightarrow{\text{BA}'}$.

Quelle est la nature du quadruplet (A, B, A$'$, B$'$) ?

4. Soit M et N les milieux respectifs de [AB$'$] et [BA$'$].

Montrer que la droite (MN) est parallèle à la droite (AB).

En déduire que les points M, C et N sont alignés.