

## œ Brevet Orléans–Tours septembre 1978 œ

### Algèbre

On considère deux fonctions polynômes  $f$  et  $g$ , de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ , définies par :

$$\begin{aligned}f(x) &= (5x-2)^2 - (3x+6)^2 \\g(x) &= (x-4)^2 - (4-x)(7x-4).\end{aligned}$$

1. Écrire  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme de polynômes réduits et ordonnés,
2. Écrire  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme de produits de facteurs du premier degré.
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations :
  - a.  $f(x) = -32$ .
  - b.  $f(x) = g(x)$ .
4. Soit  $h$  la fonction rationnelle de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  qui à  $x$  associe

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Quel est l'ensemble de définition  $\mathcal{D}$  de  $h$ ?  
Simplifier l'écriture de  $h(x)$ .
- b. Calculer  $h(\sqrt{2})$  : donner un résultat ayant un dénominateur entier.
- c. Résoudre dans  $\mathcal{D}$  les équations :

$$h(x) = 1, \quad h(x) = 3.$$

5. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , tracer les droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  d'équations respectives  $y = 2x + 1$  et  $y = x - 1$ .  
Calculer les coordonnées de leur point d'intersection M.

### Géométrie

Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  placer les points suivants définis par leurs coordonnées :

$$A(-2; 5), \quad B(1; 2), \quad C(9; 4).$$

1. Calculer les coordonnées du milieu I du segment [AC].  
Soit D le symétrique de B par rapport à I.  
Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) (ou du quadrilatère ABCD).  
Calculer les coordonnées du point D.
2. Démontrer que les vecteurs  $\vec{BA}$  et  $\vec{BD}$  sont orthogonaux.  
En déduire la nature des triangles ABD et BDC.

3. Calculer les distances AB et BD.

En déduire les distances DC et BC.

Déterminer la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique  $\widehat{DBC}$ , puis, à l'aide des tables trigonométriques trouver la valeur approchée à un degré près, par défaut, de cet écart angulaire.

4. Quelles sont les coordonnées du point E tel que  $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}$ .

Démontrer que le quadruplet (A, B, D, E) (ou le quadrilatère ABDE) est un rectangle.

Montrer que A, B, D, E appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre J (par ses coordonnées) et le rayon par sa mesure.

**N. B.** Le candidat devra réaliser une figure soignée.