ൟ Brevet Orléans–Tours juin 1998 ൟ

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

On considère les nombres :

$$A = \frac{5}{7} - \frac{7}{26} \times \frac{13}{3}, \qquad B = \sqrt{75} - 2\sqrt{108} + 9\sqrt{3}.$$

En écrivant sur votre feuille les différentes étapes de vos calculs :

1. Donner une écriture fractionnaire de A, le dénominateur étant un nombre entier positif inférieur à 50.
2. Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

Exercice 2

On donne l'expression $C = (5x+4)(2x+3)+(2x+3)^2$.

1. Développer et réduire C.
2. Factoriser C.

Exercice 3

Voici, ci-après, un tableau (incomplet) concernant la répartition de la population totale par grands groupes d'âge prévue au 01/01/2020 dans le Loir-et-Cher, ainsi que la fréquence correspondante de chaque groupe.
On veut représenter cette situation par un diagramme circulaire.

Âge (en années)	0–19	20–59	60–74	75 et plus	Total
Effectif	64 900	155 400	74700	41 800	336 800
Fréquence en % (arrondie à 0,1 près)	19,3		22,2		100
Angle au centre en °(arrondi à l'unité) du secteur correspondant du diagramme		166		45	360

1. Recopier et compléter le tableau.
2. Construire le diagramme circulaire des fréquences (choisir un rayon de 6 cm et indiquer une légende claire pour la lecture du diagramme obtenu).

Exercice 4

Éric et Marc ont réservé des places sur les mêmes gradins pour la Coupe du monde de football. Éric a réservé 3 places pour le match d'ouverture et 4 places pour un match de quart de finale. Il a payé 5 300 F.
Marc a réservé 6 places pour le match d'ouverture et 5 places pour un match de quart de finale. Il a payé 8 020 F.
On note x le prix d'une place pour le match d'ouverture et y le prix d'une place pour un match de quart de finale.

1. Traduire les renseignements ci-dessus par un système de deux équations à deux inconnues.
2. En résolvant ce système, déterminer le prix d'une place pour le match d'ouverture et le prix d'une place pour un match de quart de finale.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

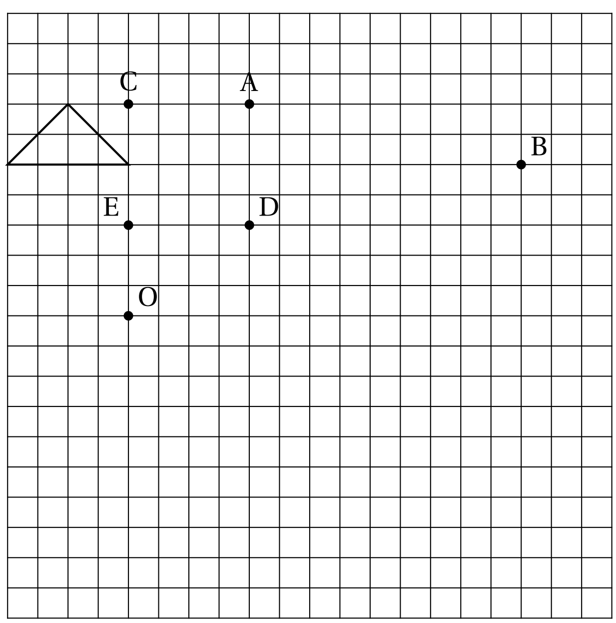
Exercice 1

Dans cet exercice, l'unité de longueur choisie est le cm.
On considère un triangle TUS rectangle en S tel que $\widehat{\text{STU}}$ ait pour mesure 60° et que TS = 2, 5.

1. Faire une figure.
2. Montrer que UT = 5.
3. Placer sur la figure le point P de la demi-droite [TS) tel que TP = 4, 6.
   Placer le point R de la demi-droite [TU) tel que TR = 9, 2.
   Les droites (US) et (RP) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.

Exercice 2

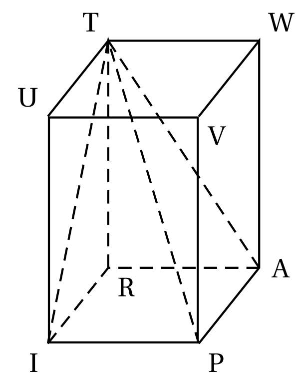
Sur le quadrillage ci-après, on a dessiné un triangle rectangle isocèle.



1. Construire l'image T_1 du triangle T dans la symétrie de centre O.
2. Construire l'image T_2 du triangle T dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Construire l'image T_3 du triangle T dans la rotation de centre E qui transforme C en D.

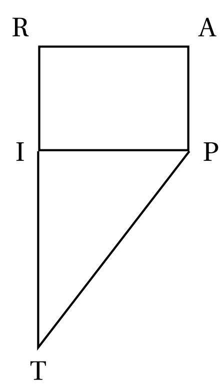
Exercice 3,

L'unité de longueur est le centimètre. On considère la pyramide PIRAT, schématisée ci-contre, de sommet T et de hauteur TR.
Cette pyramide est inscrite dans le parallélépipède rectangle IPARTUVW.
On donne :
PI = 4 AP = 3 UI = 6



1. Calculer le volume de la pyramide PIRAT.
2. Calculer les valeurs exactes de AT et de IT, puis en donner des valeurs décimales arrondies au dixième.
3. La figure ci-après représente une partie d'un patron de la pyramide PIRAT à l'échelle 1/2.

   La terminer pour obtenir le patron complet.



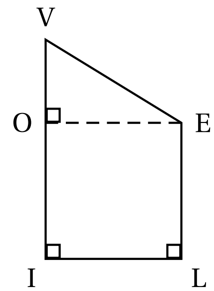
QUESTIONS ENCHAÎNÉS

Dans tout le texte, l'unité de longueur est le mètre.
Pour la voilure de son bateau, un navigateur se voit proposer deux types de voile. Leur comparaison est l'objet du problème.

Partie A

Premier type de voile :

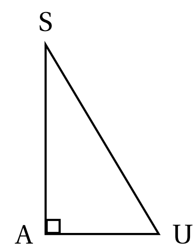
La voile est composée d'un carré OILE et d'un triangle rectangle VOE rectangle en O tel que OI = 3. (Le dessin n'est pas à l'échelle.)



1. Dans cette question, on choisit VI = 5.
   Calculer l'aire de la voile.
2. Dans cette question, on choisit VI = x , x étant un nombre tel que $x \geqslant 3$.
   Exprimer VO en fonction de x.
   On désigne par $\mathscr{A}_1$ l'aire de cette voile en fonction de x.
   Montrer que $\mathscr{A}_1 = 1,5x + 4,5$.

Deuxième type de voile :

La voile a la forme d'un triangle rectangle en A.
On a AU = 4. On pose SA = x.



3. Exprimer l'aire $\mathscr{A}_2$ de cette voile en fonction de x.
4. Déterminer x pour que l'aire $\mathscr{A}_2$ soit égale à 14 m^2.

Partie B

Dans cette partie, le navigateur souhaite comparer les aires de deux voiles de types différents mais de même hauteur x (c'est-à-dire telles que VI = SA = x).

1. Déterminer pour quelle valeur de x l'aire $\mathscr{A}_2$ est égale à l'aire $\mathscr{A}_1$.
2. Résoudre l'inéquation $1,5x + 4,5 \leqslant 2x$.
   Expliquer la signification du résultat obtenu.

Partie C

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J). Pour la représentation graphique, on placera l'origine en bas et à gauche sur une feuille de papier millimétré.
On choisira 1,5 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

1. **a.** Tracer la droite D_1 d'équation : $y = 1,5x + 4,5$.
   b. Calculer l'ordonnée du point B de D_1 ayant pour abscisse 5.
2. **a.** Tracer la droite D_2 d'équation : $y = 2x$.
   b. Calculer l'abscisse du point C de D_2 ayant pour ordonnée 14.
3. Retrouver, par lecture sur le graphique, la réponse à la question 1. de la deuxième partie.
   Pour cela, on fera apparaître les tracés nécessaires en pointillés.

4. Pour des raisons techniques, la hauteur de voile ne peut pas dépasser 8 m.

Le navigateur désirant avoir une voile d'aire la plus grande possible, utiliser le graphique pour déterminer quel type de voile il doit choisir.