∽ Brevet Orléans juin 1999 ∾

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

Soient les nombres A, B et C suivants :

$$A = \left(\frac{1}{3} + 3\right) : 5 \quad B = 3\sqrt{2} \times 4\sqrt{6} \quad C = 0{,}001\,125.$$

1. Écrire, en détaillant les calculs, le nombre A sous la forme $\dfrac{a}{b}$, b étant un nombre entier non nul.
2. Écrire B sous la forme $p\sqrt{3}$, p étant un nombre entier.
3. Écrire C sous la forme $d \times 10^n$, d étant compris entre 1 et 9, n étant un nombre entier relatif.

Exercice 2

1. Développer et réduire l'expression : $D = (2x - 1)^2 - 16$.
2. Factoriser l'expression : $E = (3x - 2)^2 - 4(3x - 2)$.

Exercice 3

1. **a.** Résoudre l'inéquation : $8 - 4x \leqslant 6x - 7$.
   b. Représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée, indiquant clairement la légende choisie.
2. **a.** Résoudre l'inéquation : $5(x + 2) - x \leqslant 26$.
   b. Représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée, indiquant clairement la légende choisie.
3. Représenter sur une droite graduée l'ensemble des solutions système d'inéquations suivant :
   On indiquera clairement la légende choisie.

Exercice 4

Le parc d'une société de transport est constitué de véhicules qui ont tous parcouru 80 000 km ou plus. Ces véhicules ont été classés en cinq catégories, selon le kilométrage parcouru.
La société décide de remplacer tous les véhicules ayant parcouru 120 000 km ou plus.
Quel pourcentage de son parc va-t-elle remplacer ?

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

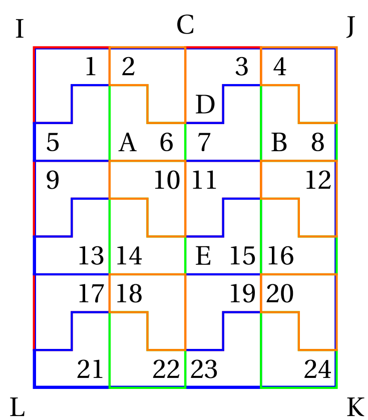
Exercice 1

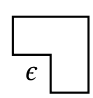
1. Construire sur la copie un repère orthonormal (O, I, J) tel que OI = OJ = 1 cm et placer les points :
   A(0 ; 4) B(3 ; 8) C(6 ; 4) D(3 ; 0)
2. Calculer les coordonnées du vecteur .
3. Calculer la distance AB.
4. Démontrer que le quadrilatère ABCD est un losange.

Exercice 2

Un pavage du rectangle IJKL ci-après est réalisé par 24 pièces élémentaires toutes superposables ϵ dont la forme est précisée plus loin.
Ces pièces sont numérotées de 1 à 24 et repérables par leur numéro.
La figure ci-dessous représente la pièce qui peut être considérée comme un assemblage de trois carrés identiques.
Sur la copie, recopier et compléter les phrases suivantes en utilisant, pour les désigner, les numéros des 20 pièces du pavage. On ne demande pas de justification.

1. La symétrie d'axe (CD) transforme la pièce 1 en la pièce ...
2. La symétrie centrale de centre A transforme la pièce 1 en la pièce ...
3. La translation de vecteur $\overrightarrow{AE}$ transforme la pièce 10 en la pièce ...
4. La rotation de centre B et d'angle 90°, dans le sens des aiguilles d'une montre, transforme la pièce 8 en la pièce ...





PROBLÈME

Un artisan dispose d'un bloc de pierre ayant la forme d'un parallélépipède rectangle dont l'une des faces est un carré. Il désire façonner ce bloc de pierre afin de réaliser un trophée, constitué d'une pyramide régulière à base carrée posée sur un socle. Les figures ci-après représentent le bloc de pierre avant façonnage (figure 1) puis le trophée après mise en place du socle (figure 2).

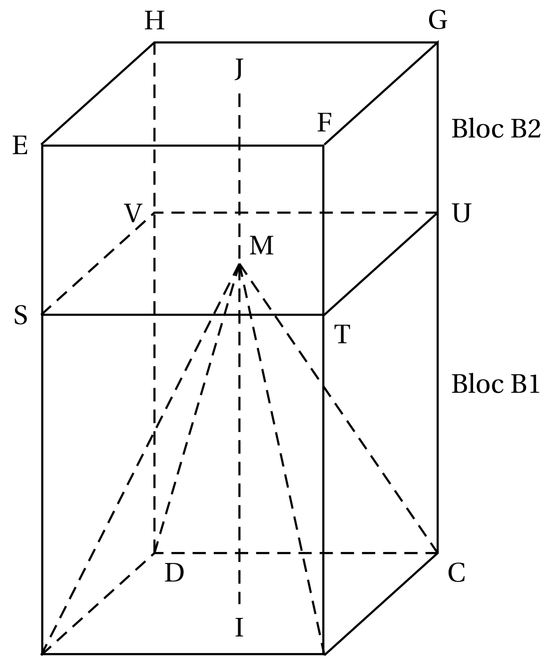


Figure 1

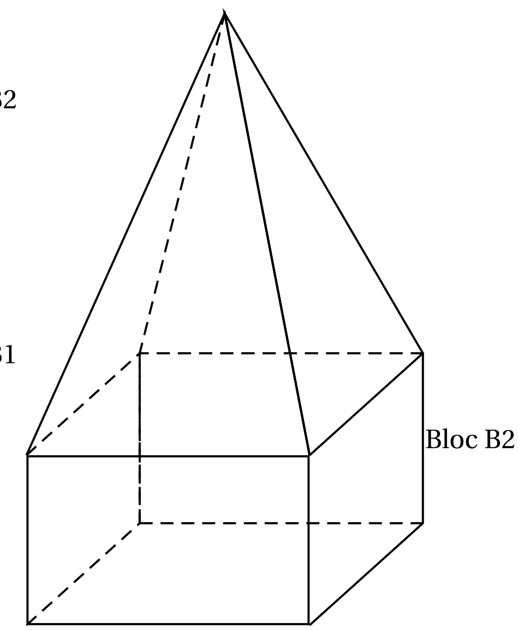


Figure 2

Description de la figure 1

ABCDHEFG représente le parallélépipède rectangle de base carrée ABCD. Il est scié dans le plan STUV parallèle à la base ABCD, ce qui dégage deux blocs :

— le bloc B1 qui est un parallélépipède rectangle ABCDVSTU à base carrée qui servira à tailler la pyramide régulière ABCDM,

— le bloc B2 qui est un parallélépipède rectangle STUVHEFG qui servira de socle à la pyramide comme représenté par la figure 2.

Les points I et J sont les centres respectifs des carrés ABCD et EFGH.

On admettra que (IJ) est parallèle à (AE), que IJ = AE et que le centre M du carré STUV est un point du segment [IJ].

L'unité de longueur choisie est le cm et l'unité de volume est le cm^3.

On donne AB = BC = 6 ; AE = 12.

On pose MJ = x.

Première partie

1. On suppose que $x = 1$.

Calculer pour cette valeur de x :

a. le volume de la pyramide ABCDM,

b. le volume du socle correspondant.

2. On suppose que $x = 5$.

Calculer pour cette valeur de x :

a. le volume de la pyramide ABCDM,

b. le volume du socle correspondant.

Deuxième partie

Dans toute la suite, on considère que, pour des raisons esthétiques, x doit être compris entre 1 et 5. Le but des questions qui suivent est de déterminer par deux méthodes s'il existe une valeur de x pour laquelle la pyramide et le socle correspondant ont même volume.
Première méthode :

1. Calculer MI en fonction de x.
2. Montrer que le volume V de la pyramide ABCDM s'exprime en fonction de x par la formule : $V = 144 - 12x$.
3. Montrer que le volume V' du bloc B2 s'exprime en fonction de x par la formule : $V' = 36x$.
4. Déterminer la valeur de x pour laquelle $V = V'$.

Deuxième méthode :

Le plan est muni d'un repère orthogonal. Pour le représenter sur une feuille de papier millimétré, on placera l'origine en bas à gauche de la feuille.
On prendra comme unités graphiques :
— sur l'axe des abscisses : 2 cm pour 1 unité,
— sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 10 unités.

1. Tracer dans ce repère la droite (D) d'équation $y = -12x + 144$, ainsi que la droite (Δ) d'équation $y = 36x$.
2. Par lecture graphique, et en faisant apparaître les constructions nécessaires sur le graphique, indiquer la valeur de x pour laquelle la pyramide et son socle ont même volume.

   Conclure par une phrase.