

œ Brevet Orléans-Tours septembre 1979 œ

1 ALGÈBRE

Problème I

Soit f une application de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$f(x) = 5x^2 - 7x + 2.$$

1.
 - a. a et b étant deux réels quelconques, calculer $f(a) - f(b)$.
 - b. Factoriser l'expression obtenue pour $f(a) - f(b)$.
 - c. Résoudre dans \mathbb{R} : $f(a) - f(b) = 0$.
En déduire que f n'est pas une bijection.
2.
 - a. Montrer que $(5x - 2)(x - 1) = f(x)$.
 - b. Résoudre dans \mathbb{R} :

$$f(x) = 0 \quad f(x) > 0$$

3. Calculer (2), $f\left(-\frac{3}{5}\right)$.

Calculer $f(\sqrt{3} + 1)$ et $f\left(\frac{2}{5} - \sqrt{3}\right)$.

Rapprocher les résultats obtenus de la question 1. c. ci-dessus, et faire les remarques qui vous paraissent intéressantes.

Problème II

Une mère demande à son enfant d'aller lui acheter 5 kg de poires et 3 kg de pommes.

Elle lui remet 50 F, somme représentant exactement l'achat à effectuer.

L'enfant confond poires et pommes, il rapporte 3 kg de poires, 5 kg de pommes et 4 F!

Grâce à ces informations, calculer le prix du kg de poires, du kg de pommes.

2 GÉOMÉTRIE

Problème III

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On donne les points $A(1; -1)$, $B(5; 3)$ et $C(4; 0)$, ou la notation $M(x; y)$ désigne le point M , de coordonnées x et y dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Placer les points A , B et C , et calculer les coordonnées du milieu M de $[AB]$.

2. Calculer les coordonnées du point D tel que (A, B, C, D) soit un parallélogramme.
3. Montrer que les droites (CM) et (AB) sont orthogonales.
Calculer $d(B, C)$.
En déduire $d(A, C)$ et $d(A, D)$.
4. On considère la symétrie centrale de centre M, notée S_M .
Soit E l'image de C par la symétrie centrale $S_M(E = S_M(C))$.
 - a. Calculer les coordonnées de E.
 - b. Que peut-on dire du quadrilatère (A, E, B, C) ?
5. Montrer que A est le milieu du segment [DE].
Que peut-on dire du triangle (D, E, C) ?
6. Calculer le cosinus de l'écart angulaire α de l'angle géométrique \widehat{CDE} , puis donner la valeur approchée par défaut à 1 degré près de cet écart angulaire.

N.B. - *Le candidat devra illustrer le problème par une figure soignée.*
Document autorisé : tables trigonométriques.