

œ Brevet Aix-en-Provence (Outremer) septembre 1977 œ

Exercice 1

Soit f l'application de \mathbb{R} dans \mathbb{R} donnée par

$$f(x) = (3x - 5)^2 - (3x - 5)(x + 8) + 9x^2 - 25.$$

1. Ecrire $f(x)$ sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Calculer $f(-3)$; $f\left(\frac{5}{3}\right)$ et $f(\sqrt{2})$.

Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, donner un encadrement de $f(\sqrt{2})$ à 10⁻¹ près.

Exercice 2

Soit la fonction rationnelle F donnée par

$$F(x) = \frac{(x+3)(x-5) + (x+3)^2}{(x+3)(2x-1)}.$$

1. Après avoir donné l'ensemble de définition de F , simplifier $F(x)$.
2. Résoudre dans \mathbb{R} les équations

$$F(x) = 0 \quad ; \quad F(x) = -\frac{1}{2}.$$

Exercice 3

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan, on considère les points A, B, C, D tels que

$$\vec{OA} = -2\vec{i} + 4\vec{j}; \quad \vec{OB} = -\vec{i} - 3\vec{j}; \quad \vec{OC} = -3\vec{i} + \vec{j}; \quad \vec{OD} = 6\vec{i} - 2\vec{j}.$$

1. Déterminer une équation de la droite (CD).
Le point O appartient-il à cette droite?
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{AC} et \vec{CD} ; en déduire que les droites (AC) et (CD) sont orthogonales.
3. Calculer $d(OC)$; $d(OB)$; $d(BC)$.
Quelle est la nature du triangle (O, C, B)?
4. Démontrer que les droites (AC) et (OB) sont parallèles.
5. Calculer le sinus de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ADC} .