

## 🌀 Brevet Pakistan juin 1979 🌀

### Algèbre

On considère les deux fonctions polynômes  $f$  et  $g$  définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x-1)^2 - (x-3)^2, \\g(x) &= (x+2)^2 - (2x+4)(x-5).\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner  $g(x)$  suivant les puissances décroissantes de  $x$ .
2. Écrire  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme de produits de facteurs du premier degré.
3. Calculer  $g(-10)$ ,  $g\left(\frac{1}{2}\right)$  et  $g(1-\sqrt{2})$ .
4. Résoudre, dans  $\mathbb{R}$ , l'équation

$$f(x) = g(x).$$

5. On considère la fonction rationnelle  $h$  définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Déterminer son ensemble de définition et simplifier  $h(x)$ .

6. On considère les fonctions affines  $a$  et  $b$  telles que

$$a(x) = 3x - 4 \quad \text{et} \quad b(x) = -x + 12.$$

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , construire les représentations graphiques respectives  $(D)$  et  $(D')$  des fonctions  $a$  et  $b$ .

Résoudre graphiquement le système

$$\begin{cases} y = 3x - 4, \\ y = -x + 12. \end{cases}$$

### Géométrie

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points

$$A(-2; 4), \quad B(-3; 2) \quad \text{et} \quad C(6; 0).$$

1. Calculer  $d(A, B)$ ,  $d(A, C)$  et  $d(B, C)$ .  
Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Calculer les coordonnées du centre D et le rayon du cercle  $\mathcal{C}$  circonscrit au triangle (A, B, C).
3. Soit E l'image de A dans la symétrie centrale de centre D.  
Calculer les coordonnées de E.  
Quelle est la nature du quadrilatère (A, B, E, C)?
4. Soit F(-1; -3).  
F est-il un point du cercle  $\mathcal{C}$ ?
5. Soit G(2; 2) et H(4; 6).
  - a. Démontrer que la droite (HG) est la médiatrice du segment [AC].
  - b. Démontrer que la droite (HG) passe par le point D.