Brevet Paris juin 1983

Algèbre

1. Soit a et b, deux réels ; on définit l'application affine g, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, par

$$g(x) = ax + b.$$

Calculer les réels a et b, sachant que $g(0) = -2$ et $g(3) = 4$.

2. **a.** Construire, dans un repère orthonormé du plan, les représentations graphiques (D) et (Δ) des applications affines f et g, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définies par

$$\begin{array}{rcll} f(x) & = & -\dfrac{1}{2}x + 3 & \quad (D) \\ g(x) & = & 2x - 2 & \quad (\Delta). \end{array}$$

b. Quelle constatation peut-on faire sur la position relative de (D) et (Δ) ?
Pouvait-on le prévoir ? Pourquoi ?

c. Calculer les coordonnées du point d'intersection M des droites (D) et (Δ).

d. Résoudre graphiquement, dans $\mathbb{R}$, $f(x) \leqslant 0$,
dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $y + \dfrac{1}{2}x - 3 < 0$,
en indiquant clairement la légende utilisée, on pourra donner cette réponse sur la figure construite au 2. a.

Géométrie

Il sera tenu compte de la figure que l'on construira avec soin dans un repère (O, I, J) orthonormé du plan, longueur du segment unité : 1 cm.
Notation : pour tout couple (A, B) de points du plan, la distance de A à B est notée AB.

1. Tracer la droite Δ parallèle à (OI) passant par J et le cercle de centre O et de rayon 2.
H est le point d'abscisse positive, intersection du cercle et de la droite Δ.
H est le projeté orthogonal de C sur (OI).
B est le point de (CH) tel que $\overrightarrow{HB} = 3\overrightarrow{HC}$.
A est le symétrique de O par rapport à H.
D est le symétrique de C par rapport à H.
Placer ces cinq points.
2. Démontrer que OH $= \sqrt{3}$.
Déterminer les coordonnées de H, A, B, C, D, puis les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Calculer OA, OB et AB.
En déduire la nature du triangle (A, O, B).
4. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre C passant par A, O et B et les tangentes D_1 et D_2 à $\mathscr{C}$ en A et B.
P est leur point d'intersection.
   a. Quelle est l'ordonnée de P ?
   b. Calculer l'abscisse de P en utilisant l'orthogonalité de $\overrightarrow{PA}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   c. Montrer que les points O, P et C sont alignés.