Brevet des collèges Paris juin 1973

Algèbre

On considère les deux (onctions polynômes, f et g, définies par

$$\begin{array}{rcl} x \longmapsto f(x) & = & x^2-9-(2x-6)(3x-1) \text{ et} \\ x \longmapsto g(x) & = & 5(x-3)(1-x). \end{array}$$

1. Ces fonctions polynômes sont-elles égales ?
On montrera que l'expression de $f(x)$ peut être transformée par une factorisation.

2. Trouver les solutions entières de l'équation $g(x) = 0$.

3. Calculer $f\left(\dfrac{1}{3}\right)$ et $g\left(\sqrt{3}\right)$.
Pour cette dernière valeur numérique, après en avoir trouvé la valeur exacte, on utilisera l'encadrement $1,132 < \sqrt{3} < 1,733$ pour en donner la valeur décimale approchée par défaut à un dixième près.

4. Résoudre, dans l'ensemble des réels, l'inéquation

$$(x-3)(1-x) \geqslant 0.$$

Représenter sur une droite (Δ) munie d'un repère $\left(\text{O},~\vec{\imath}\right)$ l'ensemble des images des solutions du système :

$$\left\{\begin{array}{rcl} (x-3)(1-x) & \geqslant & 0, \\ 2x-5 & \geqslant & 0. \end{array}\right.$$

N. B. – Les quatre parties du problème sont indépendantes.

Géométrie

On donne, dans un plan (P), un repère orthonormé $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$

1. Placer les points A, B et C déterminés par leurs coordonnées :

$$\text{A}(-1~;~3), \quad \text{B}(6~;~2) \quad \text{et} \quad \text{C}(5~;~5).$$

2. Quelles sont les coordonnées du milieu, I du segment [AB] ?
Quelles sont les coordonnées du milieu du segment [OC] ?
Quelle propriété peut-on en déduire pour le quadrilatère (O, A, C, B) ?
Rappel : un quadruplet est un ensemble ordonné de quatre points.

3. Calculer les distances $d(\text{O, A})$, $d(\text{O, B})$, $d(\text{O, C})$ et $d(\text{A, B})$.
(On pourra les désigner par OA, OB, OC et AB.
Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{\text{DA}}$ et $\overrightarrow{\text{OB}}$ sont orthogonaux.
Quelle nouvelle propriété en résulte-t-il pour le quadruplet (O, A, C, B) ?

4. Dans le triangle rectangle (OAB) donner les valeurs de $\cos\widehat{\text{OAB}}$ et $tan\widehat{\text{OAB}}$.
À l'aide des tables de valeurs numériques, donner ensuite les valeurs approchées entières, en degré de l'écart angulaire de l'angle $\widehat{\text{OAB}}$.