

🌀 Brevet Paris juin 1957 🌀

ALGÈBRE

1. Calculer les produits

$$(5x - 3)(x + 1), \quad (2x - 1)(x + 1).$$

Exprimer les résultats sous la forme de polynômes ordonnés par rapport aux puissances décroissantes de x .

2. En utilisant les calculs précédents, montrer l'identité des deux expressions

$$\begin{aligned} y_1 &= (5x^2 + 2x - 3)^2 - (2x^2 + x - 1)^2, \\ y_2 &= (x + 1)^2 [(5x - 3)^2 - (2x - 1)^2] \end{aligned}$$

et écrire chacune d'elles sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.

Pour quelles valeurs de x a-t-on $y_1 = y_2 = 0$?

3. Calculer y_1 (ou y_2) pour $x = 0$, pour $x = -1$, pour $x = \sqrt{2} - 1$.
4. Simplifier la fraction

$$F = \frac{(7x - 4)^2 (3x - 2)^2}{(5x^2 + 2x - 3)^2 - (2x^2 + x - 1)^2}$$

Indiquer pour quelles valeurs de x cette simplification n'est pas légitime et chercher pour quelle valeur de x elle est égale à 21.

GÉOMÉTRIE

Le côté d'un triangle équilatéral ABC est mesuré par a .

Soit I le centre du cercle inscrit dans ce triangle.

1. Exprimer en fonction de a le rayon de ce cercle inscrit, son aire et la portion de l'aire du triangle ABC extérieure au cercle inscrit.
2. On considère les cercles tangents au côté [BC] en son milieu M, qui coupent les côtés [AB] et [AC], et dont les centres sont situés à l'intérieur du triangle ABC.
Quel est le lieu géométrique de leurs centres?
Quelles sont les expressions, en fonction de a , des rayons du plus petit et du plus grand de ces cercles?
3. Soit T le point de contact, autre que M, d'une tangente menée de B à l'un de ces cercles.
Exprime BT en fonction de a .
Quel est le lieu géométrique du point T?
Donner l'expression, en fonction de a , de la longueur de ce lieu géométrique.