Brevet Paris juin 1967

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Soit l'expression

$$A(x) = (2x-3)(3x+5) - (2x-1)(2x-3) - 6x + 9.$$

1. Développer et ordonner $A(x)$ suivant les puissances décroissantes de x.
2. Décomposer $A(x)$ en un produit de facteurs du premier degré.
3. Simplifier la fraction

$$F(x) = \frac{(2x-3)(3x+5) - (2x-1)(2x-3) - 6x + 9}{9 - x^2}.$$

4. Pour quelle valeur de x la fraction simplifiée est-elle égale à 1 ?
5. Représenter graphiquement les fonctions

$$y_1 = 2x - 3 \qquad \text{et} \qquad y_2 = 3 - x.$$

Comment peut-on retrouver, au moyen du graphique, la valeur de x telle que $F(x) = 1$?

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle ABC rectangle en A, dans lequel

$$\widehat{\text{B}} = 60° \qquad \text{et} \qquad \text{BC} = 2a.$$

1. Soit H la projection orthogonale de A sur (BC).
   Calculer AC, AB, AH, BH et CH en fonction de a.
2. On trace la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{\text{B}}$ du triangle ABC ; elle coupe (AC) en D.
   Démontrer que les triangles ABD et ABC sont semblables et évaluer leur rapport de similitude.
3. Établir la relation

$$\text{AB}^2 = \overline{\text{AD}} \times \overline{\text{AC}}.$$

4. Montrer que le cercle circonscrit au triangle BDC est tangent en B à (AB).
5. Calculer le rayon de ce cercle en fonction de a.