Brevet Élémentaire du Premier Cycle
Paris juin 1969

ALGÈBRE

1. Décomposer en produit de facteurs du premier degré les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}, \\ B(x) &= (x-2)(2x+1) + (x-4)(x-2) - (x-2)^2 \end{aligned}$$

2. Simplifier la fraction rationnelle $\dfrac{A(x)}{B(x)}$; à quelle condition cette simplification est-elle possible ?

3. Soit la fraction $F(x) = \dfrac{x+1}{2x-1}$; quelle est sa valeur numérique pour $x = -1$; pour $x = \dfrac{1}{2}$?
Déterminer x pour que $F(x) = 1$.

4. Représenter graphiquement les fonctions

$$y = x + 1 \qquad \text{et} \qquad y = 2x - 1.$$

Vérifier sur ce graphique le dernier résultat du paragraphe précédent.

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle quelconque ABC inscrit dans un cercle de centre O.
Les hauteurs [BB′] et [CC′] de ce triangle se coupent en H.
La droite B′C′ coupe le cercle circonscrit en M et N et (AH) coupe (BC) en A′.

1. Démontrer que le quadrilatère BC′HA′ est inscriptible dans un cercle, dont on précisera le centre.

$$\mathrm{AC'} \times \mathrm{AB} = \mathrm{AH} \times \mathrm{AA'}.$$

2. Démontrer que le quadrilatère BC′B′C est inscriptible dans un cercle , dont on précisera le centre.
En déduire que $\widehat{\mathrm{AC'B'}} = \widehat{\mathrm{ACB}}$.

3. Démontrer que B′C′ est parallèle à la tangente en A au cercle de centre O.

4. Montrer que les arcs $\overset{\frown}{\mathrm{AM}}$ et $\overset{\frown}{\mathrm{AN}}$ sont égaux et que le triangle AMN est isocèle.

5. Comparer les triangles AMC′ et ABM et démontrer que l'on a

$$\mathrm{AM}^2 = \mathrm{AC'} \times \mathrm{AB} = \mathrm{AH} \times \mathrm{AA'}.$$