Brevet des collèges Paris juin 1970

ALGÈBRE

On suppose le plan rapporté à un repère orthonormé d'axes $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{O}y$; l'unité de longueur est le centimètre.

1. Sur l'axe $x'\mathrm{O}x$, on considère les points A et B, d'abscisses respectives -2 et $+8$, et un point M d'abscisse x.

   Déterminer l'abscisse x de façon que la relation suivante, entre les mesures algébriques des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{MA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{MB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ soit vérifiée :

   $$6\overline{\mathrm{MA}} + 9\overline{\mathrm{MB}} = 4\overline{\mathrm{AB}}.$$

   Évaluer le rapport $\dfrac{\overline{\mathrm{MA}}}{\overline{\mathrm{MB}}}$.

   Trouver l'abscisse, x', du point M′ de $x'\mathrm{O}x$ défini par la relation

   $$\overline{\mathrm{OM}} \cdot \overline{\mathrm{OM'}} = \overline{\mathrm{OA}} \cdot \overline{\mathrm{OB}}.$$

2. Construire, dans le repère précédemment défini, les droites (D_1) d'équation $y = 2x + 4$ et (D_2) d'équation $y = -\dfrac{1}{2}x + 4$.

   Calculer les coordonnées du point C, intersection de ces deux droites ; trouver les équations des droites (CM) et (CM′).
3. De la relation $\overline{\mathrm{OA}} \cdot \overline{\mathrm{OB}} = -\overline{\mathrm{OC}}^2$, que l'on vérifiera, déduire la nature des triangles ACB et MCM′.

   Calculer les longueurs des côtés [CA] et [CB] et montrer que CB= 2 CA.

GÉOMÉTRIE

L'unité de longueur étant le centimètre, on considère le cercle de centre O, de rayon 6.
On trace un diamètre [AB] de ce cercle et, sur le rayon [OA], on place le point H tel que OH = 4.
La perpendiculaire-à (AB) en H coupe le cercle en C et en C′.

1. Calculer les longueurs des segments AH, AC, BC et HC.
2. La tangente en C au cercle (O) coupe la droite (AB) en P.

   Comparer les triangles OCH et OCP.

   En déduire les longueurs des segments [PC] et [PO].
3. Quel rôle CA et CB jouent-ils dans le triangle PCH ?