

♪ Brevet des collèges Paris juin 1972 ♪
Enseignement long et enseignement court
Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

On donne un polynôme, $P(x)$, de la variable x sous la forme suivante :

$$P(x) = 4x^2 - \frac{1}{4} + (4x + 1)^2.$$

1. Mettre le polynôme $P(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
2. On désigne par $F(x)$ la fraction rationnelle suivante :

$$F(x) = \frac{P(x)}{5x + \frac{3}{4}}.$$

Quel est son domaine de définition ?

Dans ce domaine, mettre $F(x)$ sous une forme plus simple.

Résoudre l'équation $F(x) = 1$.

3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (unité de longueur : le centimètre).
 Construire la représentation graphique (D_1) de la fonction $y = 2x + 2$.
 Soit A et B les points de cette droite (D_1) d'abscisses respectives -1 et $+2$.
 Calculer les coordonnées du milieu K du segment [AB].
4. Trouver l'équation de la droite (D_2) passant par le point K et perpendiculaire à la droite (D_1) puis tracer la droite (D_2) sur le graphique précédent.

GÉOMÉTRIE

L'unité de longueur est le centimètre.

On considère le cercle de centre O et de rayon 3 ; la corde [AB] de ce cercle est le côté d'un carré inscrit dans le cercle.

On place sur la droite (AB), le point P, tel que B soit le milieu de [AP].

Les tangentes au cercle passant par P touchent le cercle en M et N (M est situé sur le petit arc \widehat{AB}).

1. Calculer les longueurs des segments [AB], [PM] et [OP] (on se bornera aux valeurs exactes).

2. La corde [MN] coupe (OP) en I.
Montrer que les triangles (OMP) et (OIM) sont semblables.
Quel est leur rapport de similitude?
Calculer les longueurs des segments [OI], [MI] et [IP] (se borner aux valeurs exactes).
3. Calculer l'aire du triangle (MNP) en centimètres carrés (l'exprimer par un nombre décimal).
4. Utiliser les tables trigonométriques pour trouver les mesures des angles du triangle (OMP) (on en donnera la valeur approchée par défaut en degrés, après avoir calculé $\widehat{\text{tanMOP}}$).