

❧ Brevet des collèges Paris juin 1974 ❧

ALGÈBRE

On considère les fonctions polynômes f , g et h définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= 9 - 4x^2, \\ g(x) &= (2x - 3)(5x - 1) - (x + 1)(2x - 3), \\ h(x) &= (2x - 3)^2 + 15 - 10x. \end{aligned}$$

1. Calculer les nombres $a = f\left(\frac{5}{2}\right)$ et $b = f(1 - \sqrt{3})$.

Montrer que le nombre b est compris entre 6 et 7.

Rappel : $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.

2. Mettre chacune des trois fonctions polynômes sous la forme d'un produit de fonctions polynômes du premier degré.
3. On désigne par P la fonction polynôme définie par

$$P(x) = f(x) + g(x) - h(x).$$

Calculer $P(x)$.

Montrer que P est du premier degré.

4. Résoudre dans \mathbf{R} les équations

$$P(x) = 6 \text{ (une solution)} \quad \text{et} \quad |P(x)| = 6 \text{ (deux solutions)}$$

$|P(x)|$ désigne la valeur absolue du réel $P(x)$.

N. B. - Les questions 1., 2., 3. sont indépendantes. La question 2. est utile, mais non nécessaire pour la question 3.

GÉOMÉTRIE

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère quatre points de ce plan, donnés par leurs coordonnées

$$A(1; 3), \quad B(-2; -1), \quad C(3; -1) \quad \text{et} \quad D(6; 3).$$

1. Placer ces quatre points.

Calculer les coordonnées du milieu, M , du segment $[AC]$ et celles du milieu, M' du segment $[BD]$.

Quelle information tire-t-on de la comparaison de ces résultats?

2. Montrer que les bipoints (A, D) et (B, C) sont des représentants d'un même vecteur \vec{u} .
Donner les coordonnées du vecteur \vec{u} et sa norme, c'est-à-dire la distance des points B et C .

3. Calculer la distance AB.

En déduire que les points A et C sont symétriques par rapport à la droite (BD).

Citer deux triangles isométriques.

4. On considère le point H(1 ; -1).

Montrer que les droites (AH) et (BC) sont orthogonales.

Dans le triangle ABH, calculer le cosinus de l'écart angulaire de \widehat{HBA} , puis donner une valeur approchée entière en degrés de cet écart.