Brevet des collèges Paris juin 1975

Algèbre

On considère les polynômes P et Q :

$$\begin{aligned} P(x) &= -2(x-3)^2 + (x-3)(4x-3) + \left(x^2-9\right)\\ Q(x) &= x^2-4 \end{aligned}$$

1. Réduire et ordonner le polynôme P.
2. Montrer que P est le produit de polynômes du premier degré :

$$P(x) = (3x-9)(x+2).$$

   Montrer que Q est lui aussi le produit de deux polynômes du premier degré.
3. Résoudre l'équation $P(x) = Q(x)$ où l'inconnue est le réel x.
4. Résoudre les systèmes d'inéquations, où l'inconnue est le réel x :
   a. $\left\{\begin{array}{l c l} x-3 & < & 0\\ x+2 & < & 0 \end{array}\right.$

   b. $\left\{\begin{array}{l c l} x-3 & > & 0\\ x+2 & > & 0 \end{array}\right.$

   Dire ensuite quels sont les entiers x pour lesquels la valeur numérique du polynôme P est négative ou nulle.

   c. Le plan est muni d'un repère orthonormé (axes rectangulaires $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{OO}y$; longueur unité sur les deux axes : le centimètre),
   Construire les droites D_1 et D_2 qui admettent pour équation :

$$\begin{array}{l l l} y = 3x-9 & \text{pour} & D_1\\ y = x-2 & \text{pour} & D_2 \end{array}$$

   Sans nouveau calcul, trouver l'abscisse de leur point commun A.
   Calculer ensuite l'ordonnée du point A.

Géométrie

On choisit dans le plan un repère orthonormé défini comme précédemment.
Placer les points A, B, C donnés par leurs coordonnées :

$$\mathrm{A}(-2\,;\,2),\quad \mathrm{B}(1\,;\,5),\quad \mathrm{BC}(3\,;\,3).$$

1. Quelles sont les longueurs des côtés [AB], [BC] et [AC] du triangle ABC ?
   En déduire que ce triangle est rectangle,

2. Calculer les coordonnées du milieu M du segment [AC] ; montrer que M appartient à la droite (OB).

   Montrer que le quadrilatère ABCO est un rectangle,

3. On considère le cercle ($\mathcal{C}$) de centre M, tel que O appartienne à ce cercle.

   Montrer que les points A, B, C appartiennent au cercle ($\mathcal{C}$).

   Soit D la projection orthogonale du point B sur l'axe $x'\mathrm{O}x$.

   Montrer que D appartient au cercle ($\mathcal{C}$).

4. Soit u la mesure en degrés de l'angle géométrique $\widehat{\mathrm{OBD}}$.

   Calculer $\tan u$, puis trouver (à l'aide des tables trigonométriques) la valeur approchée par défaut à une unité près du nombre u.