∽ Brevet Paris juin 1981 ∾

Algèbre

Exercice 1

Un élève dessine des triangles et des rectangles sur une feuille de papier de façon qu'ils n'aient aucun sommet commun.
Il trace ainsi 30 figures et il compte 110 sommets.
Calculer le nombre de triangles et le nombre de rectangles dessinés.

Exercice 2

On considère les applications f et g, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définies par

$$f(x) = -2x+5 \quad \text{et} \quad g(x) = 4x-3.$$

1. Calculer $f(2)$, $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$, $g(8)$ et $g\left(-\dfrac{1}{3}\right)$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

  a. l'équation $f(x) = g(x)$;

  b. l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

3. Tracer les représentations graphiques des applications f et g dans un plan muni d'un repère orthonormé.
Expliquer comment on peut utiliser ce graphique pour vérifier les réponses données à la question 2.

Géométrie

Dans un plan, on considère un triangle (A, B, C).
On désigne par A′ le milieu du segment [B, C] et par B′ le milieu du segment [A, C].

1. Dessiner une figure et construire les points :
— F, symétrique de B par rapport à B′ ;
— G, symétrique de A par rapport à A′.

2. Prouver que les quadrilatères (A, F, C, B) et (A, C, G, B) sont des parallélogrammes.
En déduire que C est le milieu du segment [F, G].

3. On se propose de construire une deuxième figure en tenant compte, en plus, des conditions suivantes : l'unité de longueur étant le centimètre,
$d(\text{A, B}) = 3$, $d(\text{A, F}) = 5$ et $d(\text{A, A}') = 2,5$.

  a. Évaluer $d(\text{A, G})$ et justifier l'affirmation : « la droite (AC) est la médiatrice du segment [F, G] ».

  b. Démontrer que le triangle (B, A, C) est rectangle en A.
  Calculer $d(\text{A, C})$.

  c. Tracer cette seconde figure.
  L'unité d'angle étant le degré, on désigne par α la mesure de l'angle $\widehat{\text{CAA}'}$.
  Évaluer $\tan\alpha$ et, en utilisant une table de rapports trigonométriques, encadrer α par deux entiers consécutifs.

N. B. - $d(\text{A, B})$ désigne la distance des points A et B.