

∞ Brevet des collèges Paris septembre 1975 ∞

Algèbre

Exercice 1

Soit f l'application de l'ensemble des réels dans lui-même définie par :

$$(1) \quad f(x) = (2x - 5)^2 + (7x + 2)(2x - 5) + 4x^2 - 25.$$

1. Développer les calculs indiqués puis donner une forme réduite et ordonnée du polynôme $f(x)$.
2. Reprenant l'écriture (1), montrer que le polynôme $f(x)$ est le produit de deux polynômes du premier degré.
3. En utilisant l'une ou l'autre des deux formes obtenues, calculer les nombres $a = f\left(\frac{5}{2}\right)$ et $b = f(2\sqrt{3})$; puis, à l'aide de l'encadrement $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, démontrer l'inégalité :

$$|b - 77,28| < 10^{-1}.$$

Exercice 2

//

Soit h la fonction rationnelle définie par :

$$h(x) = \frac{(5x - 2)^2 - (3 + 4x)^2}{x^2 - 25}.$$

1. Préciser l'ensemble de définition \mathcal{D} de cette fonction.
Le réel x appartenant à \mathcal{D} , simplifier $h(x)$.
2. Déterminer l'ensemble des solutions de chacun des systèmes d'inéquations :

$$\begin{cases} 9x + 1 > 0 \\ x + 5 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x + 1 < 0 \\ x + 5 > 0. \end{cases}$$

puis l'ensemble des solutions de l'inéquation $h(x) \leq 0$ (1).

Δ désignant une droite munie du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , quel est l'ensemble des points de Δ dont les abscisses vérifient l'inéquation (1) ?

Géométrie

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , les points A, B, C sont définis par leurs coordonnées :

$$A(-1; -2); \quad B\left(-1; +\frac{1}{2}\right); \quad C(4; -2).$$

1. Montrer :

- a. que le triangle (B, A, C) est rectangle.
- b. que le point O appartient au segment [BC].
- c. que les droites (AO) et (BC) sont perpendiculaires.

2. a. Quelles sont les coordonnées du point D défini par

$$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}?$$

b. En utilisant la symétrie orthogonale par rapport à la droite (BC), montrer que les triangles (B, A, C) et (B, D, C) sont isométriques.

Qu'en résulte-t-il pour les directions des vecteurs \overrightarrow{BD} et \overrightarrow{DC} ?

c. a désigne l'écart angulaire, l'unité étant le degré, de l'angle géométrique \widehat{CBD} ; calculer $\tan a$ et donner une valeur approchée de a , à un degré près, par défaut.

3. On désigne par M le milieu du segment [BC] et par E le symétrique de A par rapport à M.

- a. Quelles sont les coordonnées de E?
- b. Démontrer que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.