

œ Brevet Poitiers juin 1979 œ

Algèbre

1. Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation,

$$\frac{2x-3}{3} - \frac{4(x-1)}{5} \geq -1.$$

On déterminera,

- l'ensemble S des solutions dans \mathbb{R} .
 - l'ensemble E des entiers naturels solutions de cette inéquation.
 - l'ensemble F des rationnels solutions strictement compris entre -5 et -3 et de dénominateur 3.
2. Soit p la fonction polynôme définie, pour tout x réel, par

$$p(x) = 3ax^2 + 2ax - (5a - 2).$$

Calculer $p(-2)$; puis trouver la valeur de a pour que $pp(-2) = 0$.

3. a. Soit f l'application, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définie par

$$f(x) = (3x - 1)(2 - 7x).$$

Écrire $f(x)$ sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.

- b. Soit q la fonction rationnelle, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définie par

$$q(x) = \frac{-21x^2 + 13x - 2}{(2 - 3x)(3x - 1)}.$$

Quel est l'ensemble de définition \mathcal{D} de la fonction q ?

Donner une écriture simplifiée de $q(x)$, pour tout x appartenant à \mathcal{D} .

4. Une personne à qui l'on demandait son âge a répondu :

« Si je vis jusqu'à 100 ans, il me reste encore à vivre les $\frac{3}{2}$ de l'âge que j'ai ».

Quel est l'âge de cette personne?

Géométrie

Partie A

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Placer les points A, B et C définis par

$$\overrightarrow{OA} = -2\vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{OB} = 5\vec{i} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OC} = \vec{i} + 3\vec{j}.$$

1. Calculer les coordonnées du point I, milieu de (A, C).

2. Calculer les coordonnées du point D tel que I soit le milieu de (B, D).
3. Calculer les distances AB, AC et BC.
Le triangle (A, B, C) est-il rectangle?
Justifier la réponse.

Partie B

Dans le plan, le centimètre étant pris pour unité de longueur, on considère un cercle \mathcal{C} de centre I, de rayon 4, et un diamètre [AB] de ce cercle.

On prend sur ce cercle un point C tel que $AC = 4$.

1. Quelle est la nature du triangle (A, B, C)?
Quelle est la nature du triangle (A, C, I)?
Justifier les réponses.
Quel est l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{CAI} ?
2. On projette orthogonalement C en O sur la droite (AB).
Calculer les distances AD et CO.
3. La tangente en B au cercle \mathcal{C} coupe la droite (AC) en T.
Quelle est la nature du triangle (A, T, B)?
Justifier la réponse.
Calculer les distances AT et BT.